

ANEJO: Prontuario básico de estructuras simples.

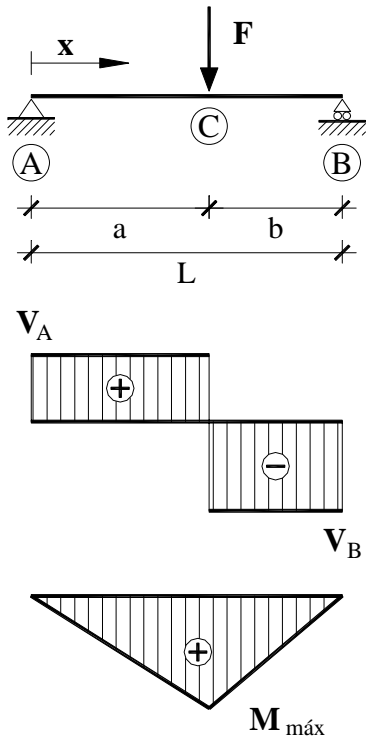
Vigas simples.

Vigas continuas de 2 vanos.

Vigas continuas de 3 vanos.

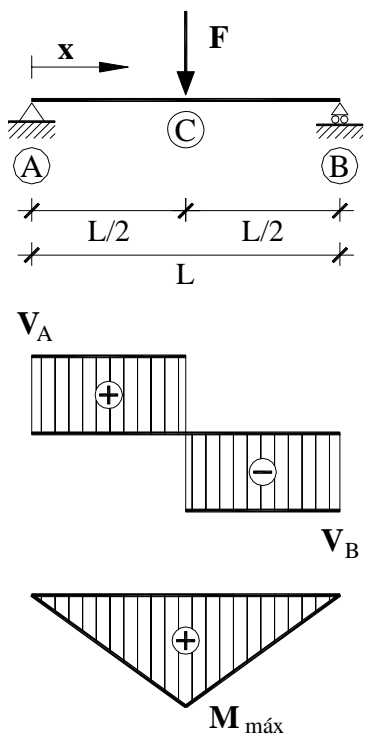
VIGA SIMPLE APOYADA: carga puntual F genérica.

| Reacciones y solicitaciones | |
|-----------------------------|---|
| Reacciones: | $R_A = \frac{Fb}{L}$ $R_B = \frac{Fa}{L}$ |
| Cortantes: | $V_{AC} = \frac{Fb}{L}$ $V_{CB} = -\frac{Fa}{L}$ |
| Flectores: | $M_{AC} = \frac{Fb}{L}x$ $M_{CB} = \frac{Fa}{L}(L-x)$ $M_{m\acute{a}x} = M_C = \frac{Fab}{L}$ para $x = a$ |
| Deformaciones | |
| Giros: | $\varphi_A = -\frac{Fab}{6EIL}(L+b)$ $\varphi_B = \frac{Fab}{6EIL}(L+a)$ $\varphi_C = \frac{Fab}{3EIL}(a-b)$ |
| Elástica: | $y_{AC} = \frac{FLbx}{6EI} \left(1 - \frac{b^2}{L^2} - \frac{x^2}{L^2} \right)$ $y_{CB} = \frac{FLa(L-x)}{6EI} \left(1 - \frac{a^2}{L^2} - \frac{(L-x)^2}{L^2} \right)$ |
| Flecha máxima ($a > b$): | $y_{m\acute{a}x} = \frac{Fb}{9EIL\sqrt{3}}(L^2 - b^2)^{3/2}$ para $x = \sqrt{\frac{L^2 - b^2}{3}}$ |



VIGA SIMPLE APOYADA: carga puntual F centrada.

| Reacciones y solicitaciones | |
|-----------------------------|---|
| Reacciones: | $R_A = R_B = \frac{F}{2}$ |
| Cortantes: | $V_{AC} = \frac{F}{2}$ $V_{CB} = -\frac{F}{2}$ |
| Flectores: | $M_{AC} = \frac{F}{2}x$ $M_{CB} = \frac{F}{2}(L-x)$ $M_{m\acute{a}x} = M_C = \frac{FL}{4}$ para $x = \frac{L}{2}$ |
| Deformaciones | |
| Giros: | $\varphi_A = -\frac{FL^2}{16EI}$ $\varphi_B = \frac{FL^2}{16EI}$ $\varphi_C = 0$ |
| Elástica: | $y_{AC} = \frac{FL^2x}{16EI} \left(1 - \frac{4x^2}{3L^2} \right)$ $y_{CB} = \frac{FL^2(L-x)}{12EI} \left(\frac{3}{4} - \frac{(L-x)^2}{L^2} \right)$ |
| Flecha máxima: | $y_{m\acute{a}x} = y_C = \frac{FL^3}{48EI}$ para $x = \frac{L}{2}$ |



VIGA SIMPLE APOYADA: cargas puntuales F simétricas.

| | |
|--|--|
| | Reacciones y solicitaciones |
| | Reacciones: $R_A = R_B = F$ Cortantes: $V_{AC} = F$ $V_{CD} = 0$ $V_{DB} = -F$ Flectores: $M_{AC} = Fx$ $M_{DB} = F(L-x)$ $M_{CD} = M_{\text{máx}} = Fa$ |
| | Deformaciones |
| | Giros: $-\varphi_A = \varphi_B = \frac{Fa(L-a)}{2EI}$ $-\varphi_C = \varphi_D = \frac{Fa(L-2a)}{2EI}$ Elástica: $y_{AC} = \frac{Fx}{6EI}(3aL - 3a^2 - x^2)$ $y_{CD} = \frac{Fa}{6EI}(3Lx - 3x^2 - a^2)$ Flecha máxima: $y_{\text{máx}} = \frac{Fa}{24EI}(3L^2 - 4a^2) \quad \text{para } x = \frac{L}{2}$ |

VIGA SIMPLE APOYADA: carga uniforme q en un extremo.

| | |
|--|---|
| | Reacciones y solicitaciones |
| | Reacciones: $R_A = \frac{qa}{L}\left(b + \frac{a}{2}\right)$ $R_B = \frac{qa^2}{2L}$ Cortantes: $V_A = \frac{qa}{L}\left(b + \frac{a}{2}\right)$ $V_{AC} = \frac{qa}{L}\left(b + \frac{a}{2}\right) - qx$ $V_{CB} = -\frac{qa^2}{2L}$ Flectores: $M_{AC} = \frac{qa}{L}\left(b + \frac{a}{2}\right)x - \frac{qx^2}{2}$ $M_{CB} = \frac{qa^2}{2L}(L-x)$ $M_{\text{máx}} = \frac{qa^2}{2}\left(1 - \frac{a}{2L}\right)^2 \quad \text{para } x_m = a\left(1 - \frac{a}{2L}\right)$ |
| | Deformaciones |
| | Giros: $\varphi_A = -\frac{qa^2}{24EIL}(L+b)^2$ $\varphi_B = \frac{qa^2}{12EI}\left(1 - \frac{a^2}{2L^2}\right)L$ Elástica: $y_{AC} = \frac{qx}{24EIL}\left[Lx^3 - 4a\left(b + \frac{a}{2}\right)x^2 + a^2(L+b)^2\right]$ $y_{CB} = -\frac{q(L-x)a^2}{12EIL}\left[(L-x)^2 - L^2\left(1 - \frac{a^2}{2L^2}\right)\right]$ Flecha máxima: $y_{\text{máx}} = \frac{qa^2}{216EIL}(2L^2 - a^2)\sqrt{6(2L^2 - a^2)}$ $\text{para } a < 0,4531L \text{ en } x = L - \sqrt{\frac{L^2 - a^2}{3} - \frac{a^2}{6}}$ |

VIGA SIMPLE APOYADA: carga uniforme q en todo el vano.

| | | |
|----------------------|--|--|
| | Reacciones y solicitaciones | |
| | Reacciones: | $R_A = R_B = \frac{qL}{2}$ |
| | Cortantes: | $V_{AB} = q\left(\frac{L}{2} - x\right) \quad V_A = -V_B = \frac{qL}{2}$ |
| Flectores: | $M_{AB} = \frac{qx}{2}(L-x)$ $M_{\text{máx}} = \frac{qL^2}{8} \quad \text{para } x = \frac{L}{2}$ | |
| Deformaciones | | |
| Giros: | $\varphi_A = -\frac{qL^3}{24EI} \quad \varphi_B = \frac{qL^3}{24EI}$ | |
| Elástica: | $y_{AB} = \frac{qx}{24EI}(x^3 - 2Lx^2 + L^3)$ | |
| Flecha máxima: | $y_{\text{máx}} = \frac{5qL^4}{384EI} \quad \text{para } x = \frac{L}{2}$ | |

VIGA SIMPLE APOYADA: carga uniforme q en tramo intermedio.

| | | |
|----------------------|--|---|
| | Reacciones y solicitaciones | |
| | Reacciones: | $R_A = \frac{qbc}{L} \quad R_B = \frac{qac}{L}$ |
| | Cortantes: | $V_{AC} = \frac{qbc}{L} \quad V_{CD} = \frac{qbc}{L} - q\left(\frac{c}{2} - a + x\right) \quad V_{DB} = -\frac{qac}{L}$ |
| Flectores: | $M_{AC} = \frac{qbc}{L}x \quad M_{CD} = \frac{qbc}{L}x - \frac{q}{2}\left[x - a + \frac{c}{2}\right]^2$ $M_{DB} = \frac{qac}{L}(L-x) \quad M_{\text{máx}} = \frac{qbc}{2L}\left(2a - c + \frac{bc}{L}\right) \quad \text{para } x_m = a - \frac{c}{2} + \frac{bc}{L}$ | |
| Deformaciones | | |
| Giros: | $\varphi_A = -\frac{qabc}{6EIL}\left(L + b - \frac{c^2}{4a}\right) \quad \varphi_B = \frac{qabc}{6EIL}\left(L + a - \frac{c^2}{4b}\right)$ | |
| Elástica: | $y_{AC} = \frac{qbcx}{6EIL}\left[-x^2 + a\left(L + b - \frac{c^2}{4a}\right)\right]$ $y_{CD} = \frac{q}{24EIL}\left[L\left(x - a + \frac{c}{2}\right)^4 - 4bcx^3 + 4abc\left(L + b - \frac{c^2}{4a}\right)x\right]$ $y_{DB} = \frac{qac(L-x)}{6EIL}\left[-(L-x)^2 + b\left(L + a - \frac{c^2}{4b}\right)\right]$ | |

VIGA SIMPLE APOYADA: momento puntual M en extremo.

| | Reacciones y solicitaciones | |
|--|-----------------------------|--|
| | Reacciones: | $R_A = \frac{M}{L}$ $R_B = -\frac{M}{L}$ |
| | Cortantes: | $V_{AB} = \frac{M}{L}$ |
| | Flectores: | $M_{AB} = -M\left(1 - \frac{x}{L}\right)$ $M_A = -M$ $M_B = 0$ |
| | Deformaciones | |
| | Giros: | $\varphi_A = \frac{ML}{3EI}$ $\varphi_B = -\frac{ML}{6EI}$ |
| | Elástica: | $y_{AB} = -\frac{ML}{6EI}(L-x)\left[1 - \left(\frac{L-x}{L}\right)^2\right]$ |
| | Flecha máxima: | $y_{\text{máx}} = -\frac{ML^2}{9EI\sqrt{3}} \quad \text{para } x = L\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ |

VIGA SIMPLE APOYADA: momento puntual M intermedio.

| | Reacciones y solicitaciones | |
|--|-----------------------------|---|
| | Reacciones: | $R_A = \frac{M}{L}$ $R_B = -\frac{M}{L}$ |
| | Cortantes: | $V_{AB} = \frac{M}{L}$ |
| | Flectores: | $M_{AC} = \frac{M}{L}x$ $M_{CB} = -\frac{M}{L}(L-x)$ |
| | | $M_C^{\text{izq}} = \frac{M}{L}a$ $M_C^{\text{der}} = -\frac{M}{L}b$ $ M = M_C^{\text{izq}} + M_C^{\text{der}} $ |
| | Deformaciones | |
| | Giros: | $\varphi_A = \frac{ML}{6EI}\left(3\frac{b^2}{L^2} - 1\right)$ $\varphi_B = \frac{ML}{6EI}\left(3\frac{a^2}{L^2} - 1\right)$ $\varphi_C = \frac{M}{3EIL^2}(a^3 + b^3)$ |
| | Elástica: | $y_{AC} = \frac{MLx}{6EI}\left(1 - 3\frac{b^2}{L^2} - \frac{x^2}{L^2}\right)$ $y_{CB} = -\frac{ML(L-x)}{6EI}\left[1 - 3\frac{a^2}{L^2} - \left(\frac{L-x}{L}\right)^2\right]$ |
| | Flecha en C: | $y_C = -\frac{Mab}{3EIL}(b-a)$ |

VIGA SIMPLE APOYADA: momentos puntuales M contrarios en extremos.

| | | |
|--|--|---|
| <p>The diagram shows a beam of length L between supports A and B. At A, a clockwise moment M_a is applied. At B, a counter-clockwise moment M_b is applied. The shear force diagram is a constant positive rectangle. The bending moment diagram is a trapezoid, negative at A and positive at B.</p> | Reacciones y solicitaciones | |
| | Reacciones: | $R_A = \frac{M_a - M_b}{L} \qquad R_B = -\frac{M_a - M_b}{L}$ |
| | Cortantes: | $V_{AB} = \frac{M_a - M_b}{L}$ |
| Flectores: | $M_{AB} = -\frac{M_a}{L}(L-x) - \frac{M_b}{L}x \qquad M_A = -M_a \qquad M_B = -M_b$ | |
| Deformaciones | | |
| Giros: | $\varphi_A = \frac{L}{6EI}(2M_a + M_b) \qquad \varphi_B = -\frac{L}{6EI}(M_a + 2M_b)$ | |
| Elástica: | $y_{AB} = -\frac{M_a x}{6EI}(L-x) \left[1 + \frac{L-x}{L} + \frac{M_b}{M_a} \left(1 + \frac{x}{L} \right) \right]$ | |

VIGA SIMPLE APOYADA: momentos puntuales M en extremos.

| | | |
|--|--|---|
| <p>The diagram shows a beam of length L between supports A and B. At A, a clockwise moment M_a is applied. At B, a counter-clockwise moment M_b is applied. The shear force diagram is a constant positive rectangle. The bending moment diagram is a trapezoid, negative at A and positive at B.</p> | Reacciones y solicitaciones | |
| | Reacciones: | $R_A = \frac{M_a + M_b}{L} \qquad R_B = -\frac{M_a + M_b}{L}$ |
| | Cortantes: | $V_{AB} = \frac{M_a + M_b}{L}$ |
| Flectores: | $M_{AB} = -\frac{M_a}{L}(L-x) + \frac{M_b}{L}x \qquad M_A = -M_a \qquad M_B = M_b$ | |
| Deformaciones | | |
| Giros: | $\varphi_A = -\frac{L}{6EI}(2M_a - M_b) \qquad \varphi_B = -\frac{L}{6EI}(2M_b - M_a)$ | |
| Elástica: | $y_{AB} = \frac{x(L-x)}{6EIL} [(M_a + M_b)x - (2M_a - M_b)L]$ | |

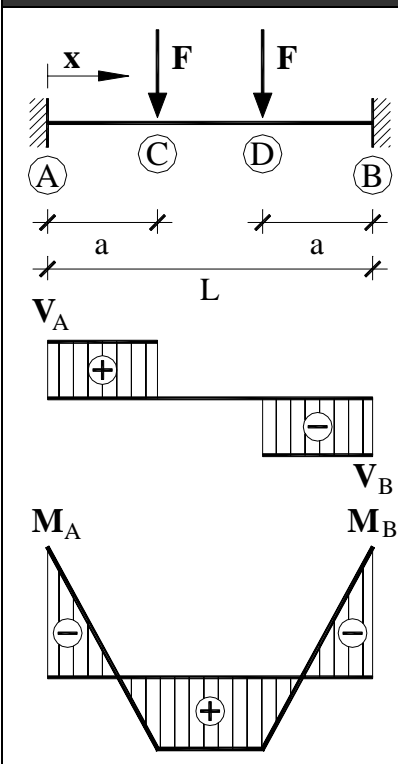
VIGA SIMPLE EMPOTRADA: carga puntual F genérica.

| | | |
|--|------------------------------------|---|
| | Reacciones y solicitaciones | |
| | Reacciones: | $R_A = \frac{Fb^2}{L^3}(L+2a)$ $R_B = \frac{Fa^2}{L^3}(L+2b)$ |
| | Cortantes: | $V_{AC} = \frac{Fb^2}{L^3}(L+2a)$ $V_{CB} = -\frac{Fa^2}{L^3}(L+2b)$ |
| | Flectores: | $M_A = -\frac{Fab^2}{L^2}$ $M_B = -\frac{Fa^2b}{L^2}$ $M_C = \frac{2Fa^2b^2}{L^3}$ |
| | | $M_{AC} = \frac{Fb^2}{L^3}(Lx+2ax-aL)$ $M_{CB} = \frac{Fa^2}{L^3}(Lb+L^2-Lx-2bx)$ |
| | Deformaciones | |
| | Elástica: | $y_{AC} = \frac{Fb^2}{6EI} \left(3a-x-\frac{2ax}{L} \right) \frac{x^2}{L^2}$ |
| | | $y_{CB} = \frac{Fa^2}{6EI} \left(3b-(L-x)-2b\frac{L-x}{L} \right) \frac{(L-x)^2}{L^2}$ |
| | Flechas: | $y_C = \frac{Fb^3a^3}{3EIL^3}$ $y_{m\acute{a}x} = \frac{2Fb^2a^3}{3EI(L+2a)^2}$ para $x = \frac{2aL}{L+2a}$ |

VIGA SIMPLE EMPOTRADA: carga puntual F centrada.

| | | |
|--|------------------------------------|---|
| | Reacciones y solicitaciones | |
| | Reacciones: | $R_A = R_B = \frac{F}{2}$ |
| | Cortantes: | $V_{AC} = \frac{F}{2}$ $V_{CB} = -\frac{F}{2}$ |
| | Flectores: | $M_{AC} = \frac{FL}{8} \left(4\frac{x}{L} - 1 \right)$ $M_{CB} = \frac{FL}{8} \left(3 - 4\frac{x}{L} \right)$ |
| | | $M_A = M_B = -\frac{FL}{8}$ $M_{m\acute{a}x} = M_C = \frac{FL}{8}$ para $x = \frac{L}{2}$ |
| | Deformaciones | |
| | Elástica: | $y_{AC} = \frac{FLx^2}{48EI} \left(3 - 4\frac{x}{L} \right)$ $y_{CB} = \frac{F(L-x)^2}{48EI} (4x-L)$ |
| | Flecha máxima: | $y_{m\acute{a}x} = y_C = \frac{FL^3}{192EI}$ para $x = \frac{L}{2}$ |

VIGA SIMPLE EMPOTRADA: cargas puntuales F simétricas.



Reacciones y solicitaciones

Reacciones: $R_A = R_B = F$

Cortantes: $V_{AC} = F$ $V_{CD} = 0$ $V_{DB} = -F$

Flectores: $M_{AC} = \frac{F}{L}(L(x-a) + a^2)$ $M_{CD} = \frac{Fa^2}{L}$

$M_{DB} = \frac{F}{L}(L(L-x-a) + a^2)$ $M_A = M_B = -\frac{Fa}{L}(L-a)$

Deformaciones

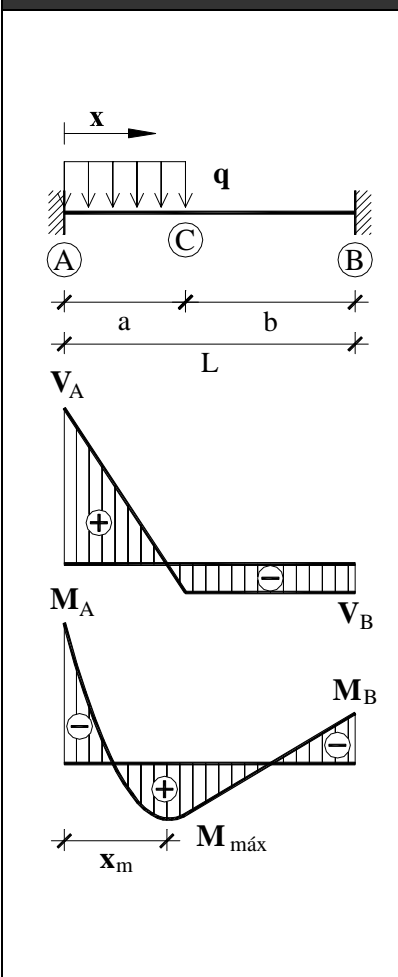
Elástica:

$$y_{AC} = \frac{Fx^2}{6EIL}(3aL - 3a^2 - Lx) \quad y_{CD} = \frac{Fa^2}{6EIL}(-aL + 3Lx - 3x^2)$$

Flecha máxima:

$$y_{\text{máx}} = \frac{Fa^2}{24EI}(3L - 4a) \quad \text{para } x = \frac{L}{2}$$

VIGA SIMPLE EMPOTRADA: carga uniforme q en un extremo.



Reacciones y solicitaciones

Reacciones:

$$R_A = \frac{qa}{2L}(L+b) - \frac{M_A - M_B}{L} \quad R_B = \frac{qa^2}{2L} + \frac{M_A - M_B}{L}$$

Cortantes:

$$V_A = R_A \quad V_{AC} = R_A - px \quad V_{CB} = R_A - pa \quad V_B = -R_B$$

Flectores:

$$M_{AC} = R_A x + M_A - \frac{px^2}{2} \quad M_{CB} = R_B(L-x) + M_B$$

$$M_A = -\frac{qa^2}{12L^2}(6L^2 - 8La + 3a^2) \quad M_B = -\frac{qa^3}{3L}\left(1 - \frac{3a}{4L}\right)$$

Deformaciones

Elástica:

$$y_{AC} = \frac{x^2}{24EI}(qx^2 - 4R_A x - 12M_A)$$

$$y_{CB} = \frac{1}{6EI} \left[R_B x^3 - 3(M_B + LR_B)x^2 + 3(2M_B + LR_B)Lx - (3M_B + LR_B)L^2 \right]$$

Flecha máxima:

$$y_{\text{máx}} = -\frac{2M_B^3}{3R_B^2EI} \quad \text{para } x = \frac{2M_B + LR_B}{R_B}$$

VIGA SIMPLE EMPOTRADA: carga uniforme q en todo el vano.

| | | |
|----------------------|--|---|
| | Reacciones y solicitaciones | |
| | Reacciones: | $R_A = R_B = \frac{qL}{2}$ |
| | Cortantes: | $V_{AB} = q \left(\frac{L}{2} - x \right)$ $V_A = -V_B = \frac{qL}{2}$ |
| Flectores: | $M_{AB} = -\frac{q}{12} (L^2 - 6Lx + 6x^2)$ $M_A = M_B = -\frac{qL^2}{12}$ | |
| | $M_{\text{máx}} = \frac{qL^2}{24}$ para $x = \frac{L}{2}$ $M_x = 0$ para $x = 0,2113L$ | |
| Deformaciones | | |
| Elástica: | $y_{AB} = \frac{qL^4}{24EI} \left(\frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right)^2$ | |
| Flecha máxima: | $y_{\text{máx}} = \frac{qL^4}{384EI}$ para $x = \frac{L}{2}$ | |

VIGA SIMPLE EMPOTRADA: carga uniforme q en tramo intermedio.

| | | |
|----------------------|--|---|
| | Reacciones y solicitaciones | |
| | Reacciones: | $R_A = \frac{qbc}{L} - \frac{M_A - M_B}{L}$ $R_B = \frac{qac}{L} + \frac{M_A - M_B}{L}$ |
| | Cortantes: | $V_{AC} = R_A$ $V_{CD} = R_A - q \left(x - a + \frac{c}{2} \right)$ $V_{DB} = -R_B$ |
| Flectores: | $M_{AC} = R_A x + M_A$ $M_{CD} = R_A x + M_A - \frac{q}{2} \left[x - a + \frac{c}{2} \right]^2$ | |
| | $M_{DB} = R_B (L - x) + M_B$ $M_A = -\frac{qc^3}{12L^2} \left(L - 3b + \frac{12ab^2}{c^2} \right)$ | |
| | $M_B = -\frac{qc^3}{12L^2} \left(L - 3a + \frac{12a^2b}{c^2} \right)$ | |
| Deformaciones | | |
| Elástica: | $y_{AC} = \frac{x^2}{6EI} [-3M_A - R_A x]$ | |
| | $y_{CD} = \frac{1}{24EI} \left[q \left(x - a + \frac{c}{2} \right)^4 - 4R_A x^3 - 12M_A x^2 \right]$ | |
| | $y_{DB} = \frac{1}{6EI} \left[R_B x^3 - 3(M_B + LR_B)x^2 + 3(2M_A + LR_B)Lx - (3M_B + LR_B)L^2 \right]$ | |

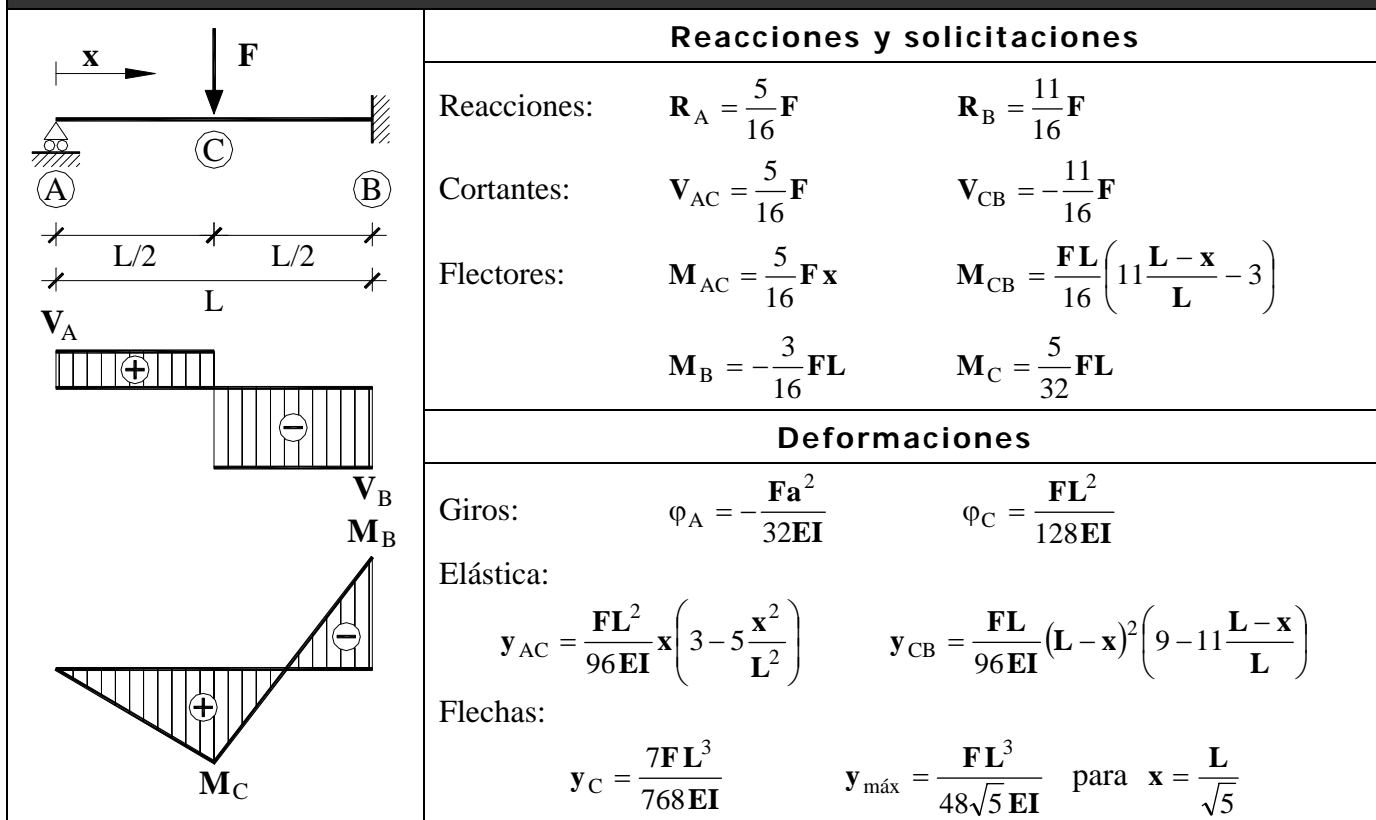
VIGA SIMPLE EMPOTRADA: momento puntual M intermedio.

| | | |
|----------------------|------------------------------------|--|
| | Reacciones y solicitaciones | |
| | Reacciones: | $R_A = \frac{6M}{L^3} ab$ $R_B = -\frac{6M}{L^3} ab$ |
| | Cortantes: | $V_{AB} = \frac{6M}{L^3} ab$ |
| Flectores: | | $M_{AC} = \frac{Ma}{L} \left[1 - 3\frac{a}{L} \left(1 - 2\frac{x}{L} \right) \right]$ $M_{CB} = -\frac{Mb}{L} \left[1 - 3\frac{b}{L} \left(1 - 2\frac{L-x}{L} \right) \right]$ |
| | | $M_A = \frac{Ma}{L} \left(1 - 3\frac{a}{L} \right)$ $M_B = -\frac{Mb}{L} \left(1 - 3\frac{b}{L} \right)$ |
| | | $M_C^{izq} = M_A + \frac{6M}{L^3} a^2 b$ $M_C^{der} = M_A - \frac{M}{L^3} (L^3 - 6a^2 b)$ |
| Deformaciones | | |
| Elástica: | | |
| | | $y_{AC} = \frac{Mbx^2}{2EIL} \left(2a\frac{L-x}{L^2} - \frac{b}{L} \right)$ $y_{CB} = -\frac{Ma(L-x)^2}{2EIL} \left(2\frac{bx}{L^2} - \frac{a}{L} \right)$ |
| Flecha en C: | | $y_C = -\frac{Ma^2b^2}{2EIL^3} (a-b)$ |

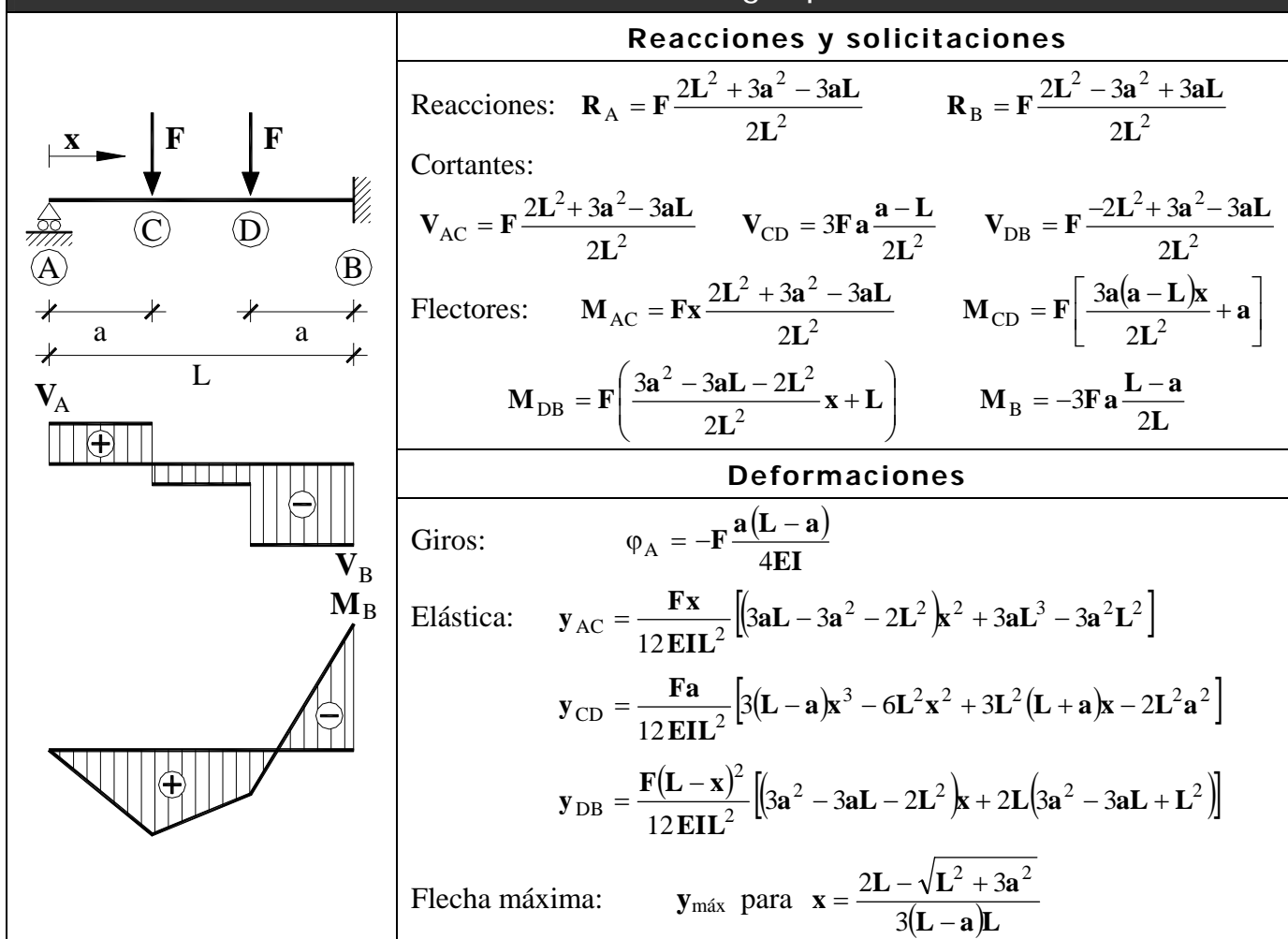
VIGA SIMPLE APOYADA-EMPOTRADA: carga puntual F genérica.

| | | |
|----------------------|------------------------------------|--|
| | Reacciones y solicitaciones | |
| | Reacciones: | $R_A = \frac{Fb^2}{2L^3} (3L - b)$ $R_B = \frac{Fa}{2L^3} (3L^2 - a^2)$ |
| | Cortantes: | $V_{AC} = \frac{Fb^2}{2L^3} (3L - b)$ $V_{CB} = -\frac{Fa}{2L^3} (3L^2 - a^2)$ |
| Flectores: | | $M_B = -\frac{Fa}{2L^2} (L^2 - a^2)$ $M_C = \frac{Fa}{2L^3} b^2 (3a + 2b)$ |
| | | $M_{AC} = \frac{Fxb^2}{2L^3} (3a + 2b)$ $M_{CB} = \frac{Fa}{2L^3} (2L^3 - 3L^2x + a^2x)$ |
| Deformaciones | | |
| Giros: | | |
| | | $\phi_A = -\frac{Fa}{4EIL} (L - a)^2$ $\phi_C = -\frac{Fa(L-a)^2}{4EIL^3} (L^2 - 2aL - a^2)$ |
| Elástica: | | |
| | | $y_{AC} = \frac{Fb^2x}{12EIL^3} [3aL^2 - x^2(2L + a)]$ $y_{CB} = \frac{Fa(L-x)^2}{12EI} \left[3\left(1 - \frac{a^2}{L^2}\right) - \left(3 - \frac{a^2}{L^2}\right) \frac{L-x}{L} \right]$ |
| Flechas: | | $y_{m\acute{a}x} = \frac{Fb^2a}{6EI} \sqrt{\frac{a}{2L+a}}$ para $x = L\sqrt{\frac{a}{2L+a}}$ |

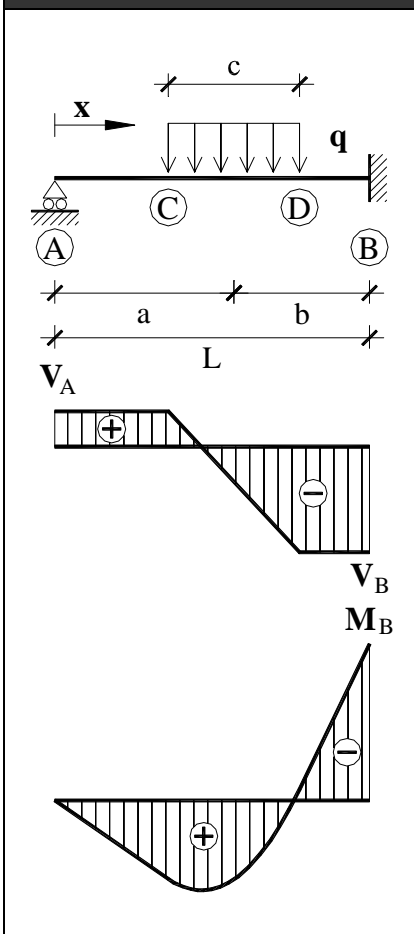
VIGA SIMPLE APOYADA-EMPOTRADA: carga puntual F centrada.



VIGA SIMPLE APOYADA-EMPOTRADA: cargas puntuales F simétricas.



VIGA SIMPLE APOYADA-EMPOTRADA: carga uniforme q intermedia.



Reacciones y solicitaciones

$$\text{Reacciones: } R_A = \frac{qbc}{L} + \frac{M_B}{L} \quad R_B = \frac{qac}{L} - \frac{M_B}{L}$$

$$\text{Cortantes: } V_{AC} = R_A \quad V_{CD} = R_A - q\left(x - a + \frac{c}{2}\right) \quad V_{DB} = -R_B$$

$$\text{Flectores: } M_{AC} = R_A x \quad M_{CD} = R_A x - \frac{q}{2}\left[x - a + \frac{c}{2}\right]^2$$

$$M_{DB} = R_B(L - x) + M_B \quad M_B = -\frac{qabc}{2L^2}\left(L + a - \frac{c^2}{4b}\right)$$

Deformaciones

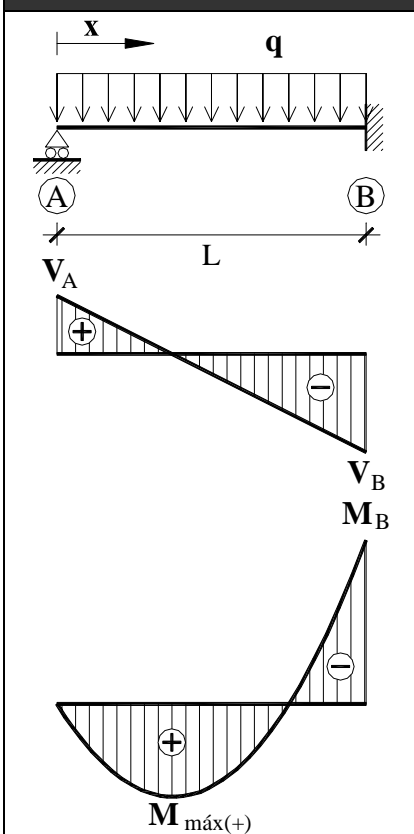
$$\text{Giros: } \varphi_A = -\frac{qc^3}{48EI}\left(L - 3b + \frac{12ab^2}{c^2}\right)$$

$$\text{Elástica: } y_{AC} = \frac{x}{48EI}\left[-8R_A Lx^2 + qc^3\left(L - 3b + \frac{12ab^2}{c^2}\right)\right]$$

$$y_{CD} = \frac{1}{48EI}\left[-8R_A Lx^3 + 2qL\left(x - a + \frac{c}{2}\right)^4 + qc^3\left(L - 3b + \frac{12ab^2}{c^2}\right)x\right]$$

$$y_{DB} = -\frac{(L-x)^2}{6EI}[R_B(L-x) + 3M_B]$$

VIGA SIMPLE APOYADA-EMPOTRADA: carga uniforme q en todo el vano.



Reacciones y solicitaciones

$$\text{Reacciones: } R_A = \frac{3}{8}qL \quad R_B = \frac{5}{8}qL$$

$$\text{Cortantes: } V_{AB} = qL\left(\frac{3}{8} - \frac{x}{L}\right) \quad V_A = \frac{3}{8}qL \quad V_B = -\frac{5}{8}qL$$

$$\text{Flectores: } M_{AB} = \frac{qx}{8}(3L - 4x) \quad M_B = -\frac{qL^2}{8}$$

$$M_{\text{máx}(+)} = \frac{9}{128}qL^2 \quad \text{para } x = \frac{3}{8}L \quad M_x = 0 \quad \text{para } x = \frac{3}{4}L$$

Deformaciones

$$\text{Giros: } \varphi_A = -\frac{qL^3}{48EI}$$

$$\text{Elástica: } y_{AB} = \frac{qx}{48EI}(L + 2x)(L - x)^2$$

$$\text{Flecha máxima: } y_{\text{máx}} = \frac{qL^4}{185EI} \quad \text{para } x = \frac{1 + \sqrt{33}}{16}L$$

VIGA SIMPLE APOYADA-EMPOTRADA: momento puntual M intermedio.

| Reacciones y solicitaciones | |
|---|---|
| | Reacciones: $R_A = -R_B = \frac{3M}{2L^3}(L^2 - a^2)$ |
| | Cortantes: $V_{AB} = R_A$ |
| | Flectores: $M_{AC} = \frac{3Mx}{2L^3}(L^2 - a^2) \quad M_{CB} = \frac{M}{2} \left[3\frac{x}{L} \left(1 - \frac{a^2}{L^2} \right) - 2 \right]$ |
| | $M_B = \frac{M}{2L^2}(L^2 - 3a^2) \quad M_C^{izq} = R_A a \quad M_C^{der} = R_A a - M$ |
| Deformaciones | |
| Giros: $\varphi_A = -\frac{M}{4EIL}(L-a)(3a-L)$ $\varphi_C = \frac{Mb}{4EI} \left[4 - 3\frac{b}{L} \left(1 + \frac{a}{L} \right)^2 \right]$ | |
| Elástica: $y_{AC} = \frac{Mbx}{4EIL^3} \left[-4L^3 - (x^2 - 3L^2)(a+L) \right]$ $y_{CB} = \frac{M(L-x)^2}{4EIL^3} \left[2a^2L - x(L^2 - a^2) \right]$ | |

VIGA SIMPLE APOYADA-EMPOTRADA: momento puntual M extremo.

| Reacciones y solicitaciones | |
|--|---|
| | Reacciones: $R_A = -R_B = \frac{3M}{2L}$ |
| | Cortantes: $V_{AB} = R_A$ |
| | Flectores: $M_{AB} = \frac{M}{2} \left(3\frac{x}{L} - 2 \right) \quad M_B = \frac{M}{2}$ |
| | Deformaciones |
| Giros: $\varphi_A = \frac{ML}{4EI}$ | |
| Elástica: $y_{AB} = -\frac{Mx}{4EIL}(L-x)^2$ | |

VIGA SIMPLE EN VOLADIZO: carga puntual F en extremo.

| | Reacciones y solicitaciones | |
|--|-----------------------------|---------------------------------------|
| | Reacciones: | $R_B = F$ |
| | Cortantes: | $V_{AB} = -F$ |
| | Flectores: | $M_{CB} = -Fx$ $M_B = -FL$ |
| | Deformaciones | |
| | Giros: | $\varphi_A = \frac{FL^2}{2EI}$ |
| | Elástica: | $y_{AB} = \frac{F}{6EI}(L-x)^2(2L+x)$ |
| | Flechas: | $y_A = \frac{FL^3}{3EI}$ |

VIGA SIMPLE EN VOLADIZO: carga puntual F genérica.

| | Reacciones y solicitaciones | |
|--|-----------------------------|---|
| | Reacciones: | $R_B = F$ |
| | Cortantes: | $V_{AC} = 0$ $V_{CB} = -F$ |
| | Flectores: | $M_{AC} = 0$ $M_{CB} = -F(x-a)$ $M_B = -Fb$ |
| | Deformaciones | |
| | Giros: | $\varphi_C = \varphi_A = \frac{Fb^2}{2EI}$ |
| | Elástica: | $y_{AC} = \frac{Fb^2}{6EI}[3(L-x)-b]$ $y_{CB} = \frac{F}{6EI}(L-x)^2(2b-a+x)$ |
| | Flechas: | $y_C = \frac{Fb^3}{3EI}$ $y_A = \frac{Fb^2}{6EI}(2b+3a)$ |

VIGA SIMPLE EN VOLADIZO: carga uniforme q intermedia.

| | |
|--|---|
| | Reacciones y solicitaciones |
| | <p>Reacciones: $R_B = qc$</p> <p>Cortantes: $V_{AC} = 0$ $V_{CD} = -q\left(x - a + \frac{c}{2}\right)$ $V_B = -qc$</p> <p>Flectores: $M_{AC} = 0$ $M_{CD} = -\frac{q}{2}\left(x - a + \frac{c}{2}\right)^2$</p> <p style="text-align: center;">$M_{DB} = -qc(x - a)$ $M_B = -qcb$</p> |
| | Deformaciones |
| | <p>Giros: $\varphi_A = \varphi_C = \frac{qc}{2EI}\left(b^2 + \frac{c^2}{12}\right)$ $\varphi_D = \frac{qc}{2EI}\left(b^2 - \frac{c^2}{4}\right)$</p> <p>Elástica: $y_{AC} = \frac{qc}{6EI}\left[(a-x)\left(3b^2 + \frac{c^2}{4}\right) + 2b^3\right]$</p> <p>$y_{CD} = \frac{q}{24EI}\left[\left(x - a + \frac{c}{2}\right)^4 + 4c(a-x)\left(3b^2 + \frac{c^2}{4}\right) + 8b^3c\right]$</p> <p>$y_{DB} = \frac{qc}{6EI}(L-x)^2(2b-a+x)$</p> <p>Elástica: $y_A = \frac{qc}{6EI}\left[a\left(3b^2 + \frac{c^2}{4}\right) + 2b^3\right]$</p> <p style="text-align: center;">$y_C = \frac{qc}{12EI}\left[\left(b + \frac{c}{2}\right)^2(4b-c) + c^3\right]$ $y_D = \frac{qc}{EI}\left(b - \frac{c}{2}\right)^2\left(\frac{b}{3} + \frac{c}{12}\right)$</p> |

VIGA SIMPLE EN VOLADIZO: carga uniforme q en todo el vano.

| | |
|--|--|
| | Reacciones y solicitaciones |
| | <p>Reacciones: $R_B = qL$</p> <p>Cortantes: $V_{AB} = -qx$ $V_B = -qL$</p> <p>Flectores: $M_{AB} = -\frac{qx^2}{2}$ $M_B = -\frac{qL^2}{2}$</p> |
| | Deformaciones |
| | <p>Giros: $\varphi_A = \frac{qL^3}{6EI}$</p> <p>Elástica: $y_{AB} = \frac{q}{24EI}(L-x)^2(3L^2 + 2Lx + x^2)$</p> <p>Flecha máxima: $y_A = \frac{qL^4}{8EI}$</p> |

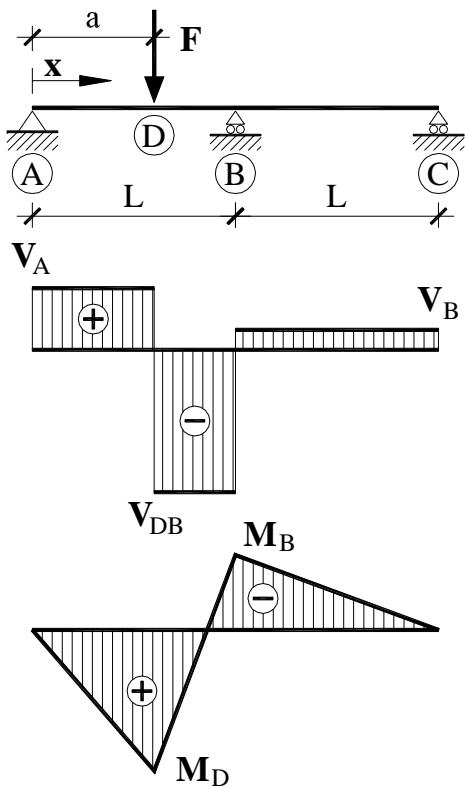
VIGA SIMPLE EN VOLADIZO: momento puntual M extremo.

| | Reacciones y solicitaciones | |
|--|-----------------------------|--|
| | Reacciones: | $R_B = 0$ |
| | Cortantes: | $V_{AB} = 0$ |
| | Flectores: | $M_{AB} = -M$ |
| | Deformaciones | |
| | Giros: | $\varphi_A = -\frac{ML}{EI}$ |
| | Elástica: | $y_{AB} = \frac{M}{2EI} (x^2 - 2Lx + L^2)$ |
| | Flecha: | $y_A = \frac{ML^2}{2EI}$ |

VIGA SIMPLE EN VOLADIZO: momento puntual M intermedio.

| | Reacciones y solicitaciones | | | |
|--|-----------------------------|---|------------------------------------|------------|
| | Reacciones: | $R_B = 0$ | | |
| | Cortantes: | $V_{AB} = 0$ | | |
| | Flectores: | $M_{AC} = 0$ | $M_{CB} = -M$ | $M_B = -M$ |
| | Deformaciones | | | |
| | Giros: | $\varphi_A = \varphi_C = \frac{Mb}{EI}$ | | |
| | Elástica: | $y_{AC} = \frac{M}{2EI} b(2L - 2x - b)$ | $y_{CB} = \frac{M}{2EI} (L - x)^2$ | |
| | Flecha: | $y_A = \frac{M}{2EI} b(2L - b)$ | $y_C = \frac{Mb^2}{2EI}$ | |

VIGA 2 VANOS IGUALES: carga puntual F en 1^{er} vano.



Reacciones

$$R_A = \frac{F}{4L^3} \cdot (4L^3 - 5L^2a + a^3)$$

$$R_B = \frac{Fa}{2L^3} \cdot (3L^2 - a^2)$$

$$R_C = -\frac{Fa}{4L^3} \cdot (L^2 - a^2)$$

Cortantes

$$V_{AD} = R_A$$

$$V_{DB} = \frac{Fa}{4L^3} \cdot (a^2 - 5L^2)$$

$$V_{BC} = -R_C$$

Flectores

$$M_{AD} = \frac{F}{4L^3} \cdot (4L^3 - 5L^2a + a^3) \cdot x$$

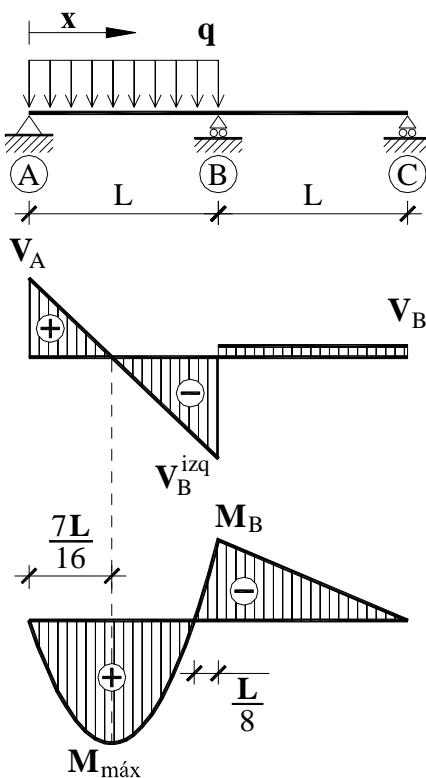
$$M_{DB} = \frac{Fa}{4L^3} \cdot (a^2 - 5L^2) \cdot x + Pa$$

$$M_{BC} = \frac{Fa}{4L^3} \cdot (L^2 - a^2) \cdot (x - 2L)$$

$$M_D = \frac{Fa}{4L^3} \cdot (4L^3 - 5L^2a + a^3)$$

$$M_B = -\frac{Fa}{4L^2} \cdot (L^2 - a^2)$$

VIGA 2 VANOS IGUALES: carga repartida en 1^{er} vano.



Reacciones

$$R_A = \frac{7qL}{16}$$

$$R_B = \frac{5qL}{8}$$

$$R_C = -\frac{qL}{16}$$

Cortantes

$$V_{AB} = \frac{q}{16} \cdot (7L - 16x)$$

$$V_B^{izq} = -\frac{9qL}{16}$$

$$V_{BC} = \frac{qL}{16}$$

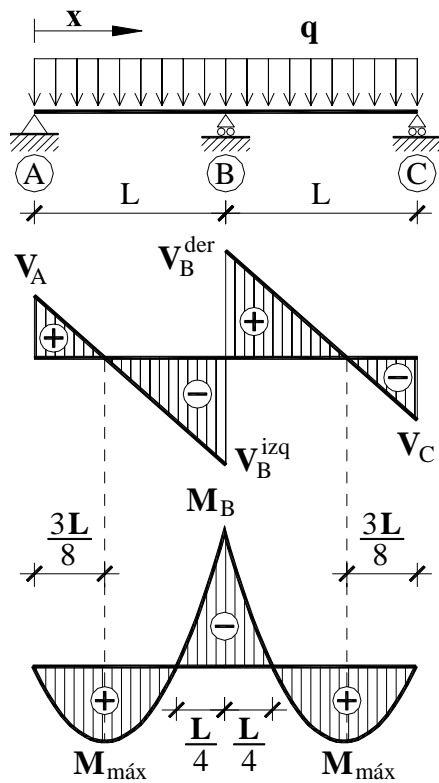
Flectores

$$M_{AB} = \frac{qx}{16} \cdot (7L - 8x)$$

$$M_{BC} = -\frac{qL}{16} \cdot (2L - x)$$

$$M_{\text{m}\acute{a}\text{x}} = \frac{49qL^2}{512} \quad \text{para } x = \frac{7L}{16}$$

VIGA 2 VANOS IGUALES: carga repartida en los 2 vanos.



Reacciones

$$R_A = R_C = \frac{3qL}{8}$$

$$R_B = \frac{5qL}{4}$$

Cortantes

$$V_{AB} = \frac{q}{8} \cdot (3L - 8x)$$

$$V_B^{\text{izq}} = -V_B^{\text{der}} = -\frac{5qL}{8}$$

$$V_{BC} = \frac{q}{8} \cdot (13L - 8x)$$

Flectores

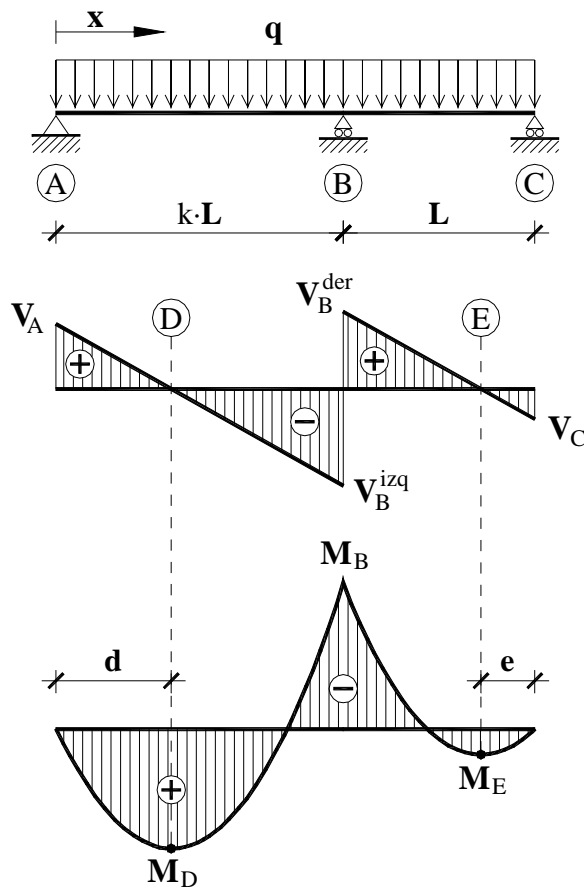
$$M_{AB} = \frac{qx}{8} \cdot (3L - 4x)$$

$$M_{BC} = \frac{q}{8} \cdot (2L - x) \cdot (4x - 5L)$$

$$M_B = -\frac{qL^2}{8}$$

$$M_{\text{máx}} = \frac{9qL^2}{128} \quad \text{para } x = \frac{3L}{8} \text{ y } x = \frac{13L}{8}$$

VIGA 2 VANOS DESIGUALES: carga repartida en los 2 vanos.



Reacciones:

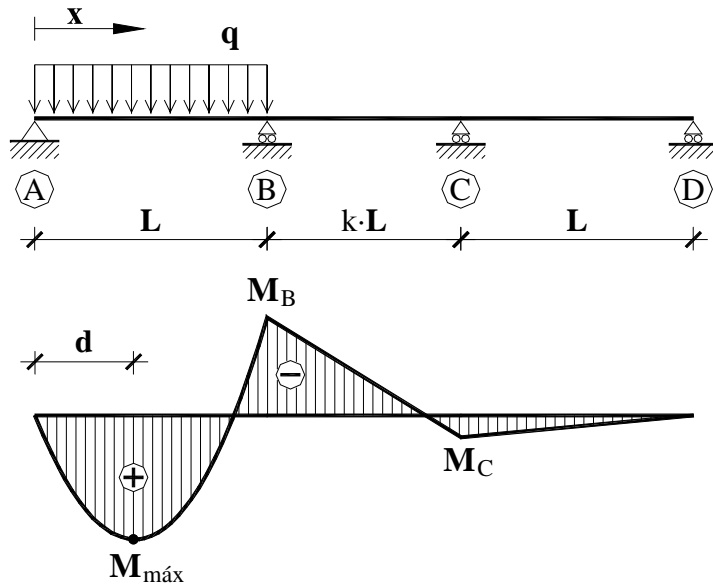
$$R_A = V_A$$

$$R_B = -V_B^{izq} + V_B^{der}$$

$$R_C = -V_C$$

| k | Cortantes | | | | Flectores | | | | |
|-----|---------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|---|---|---------------------|---|---------------------|
| | V_A ($\times q \cdot L$) | V_B^{izq} ($\times q \cdot L$) | V_B^{der} ($\times q \cdot L$) | V_C ($\times q \cdot L$) | $M_B^{(-)}$ ($\times q \cdot L^2$) | $M_D^{(+)}$ ($\times q \cdot L^2$) | d ($\times L$) | $M_E^{(+)}$ ($\times q \cdot L^2$) | e ($\times L$) |
| 1,1 | 0,424 | -0,676 | 0,639 | -0,361 | -0,139 | 0,090 | 0,424 | 0,065 | 0,361 |
| 1,2 | 0,471 | -0,729 | 0,655 | -0,345 | -0,155 | 0,111 | 0,471 | 0,060 | 0,345 |
| 1,3 | 0,516 | -0,784 | 0,674 | -0,326 | -0,174 | 0,133 | 0,516 | 0,053 | 0,326 |
| 1,4 | 0,560 | -0,840 | 0,695 | -0,305 | -0,195 | 0,157 | 0,560 | 0,047 | 0,305 |
| 1,5 | 0,604 | -0,896 | 0,719 | -0,281 | -0,219 | 0,183 | 0,604 | 0,040 | 0,281 |
| 1,6 | 0,647 | -0,953 | 0,745 | -0,255 | -0,245 | 0,209 | 0,647 | 0,033 | 0,255 |
| 1,7 | 0,689 | -1,011 | 0,774 | -0,226 | -0,274 | 0,237 | 0,689 | 0,026 | 0,226 |
| 1,8 | 0,730 | -1,070 | 0,805 | -0,195 | -0,305 | 0,267 | 0,730 | 0,019 | 0,195 |
| 1,9 | 0,772 | -1,128 | 0,839 | -0,161 | -0,339 | 0,298 | 0,772 | 0,013 | 0,161 |
| 2 | 0,812 | -1,188 | 0,875 | -0,125 | -0,375 | 0,330 | 0,812 | 0,008 | 0,125 |
| 2,1 | 0,853 | -1,247 | 0,914 | -0,086 | -0,414 | 0,364 | 0,853 | 0,004 | 0,086 |
| 2,2 | 0,892 | -1,308 | 0,954 | -0,045 | -0,455 | 0,399 | 0,892 | 0,001 | 0,045 |
| 2,3 | 0,933 | -1,367 | 0,999 | -0,001 | -0,499 | 0,435 | 0,933 | ~ 0 | 0,001 |
| 2,4 | 0,973 | -1,427 | 1,045 | 0,045 | -0,545 | 0,473 | 0,973 | --- | --- |
| 2,5 | 1,013 | -1,487 | 1,094 | 0,094 | -0,594 | 0,513 | 1,013 | --- | --- |

VIGA 3 VANOS DESIGUALES: carga repartida en vano extremo.



Reacciones:

$$R_A = \frac{3 + 7k + 3k^2}{4 + 8k + 3k^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot qL$$

$$R_B = \frac{2 + 13k + 18k^2 + 6k^3}{4 + 8k + 3k^2} \cdot \frac{1}{4k} \cdot qL$$

$$R_C = \frac{-(1+k) \cdot (2+k)}{4 + 8k + 3k^2} \cdot \frac{1}{4k} \cdot qL$$

$$R_D = \frac{k}{4 + 8k + 3k^2} \cdot \frac{1}{4} \cdot qL$$

Flectores:

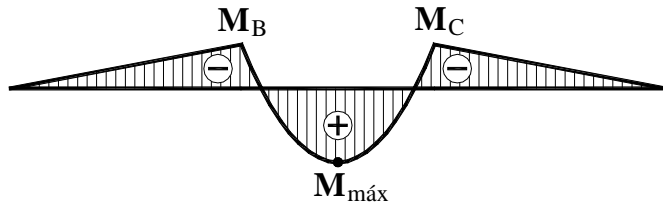
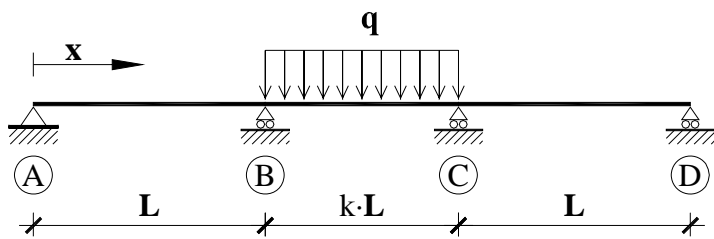
$$M_B = \frac{-(1+k)}{4 + 8k + 3k^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot qL^2$$

$$M_C = \frac{k}{4 + 8k + 3k^2} \cdot \frac{1}{4} \cdot qL^2$$

$$M_{\text{m}\acute{a}\text{x}} = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{3 + 7k + 3k^2}{4 + 8k + 3k^2} \right)^2 \cdot qL^2 \quad \text{en } x = d = \frac{3 + 7k + 3k^2}{4 + 8k + 3k^2} \cdot \frac{L}{2}$$

| k | Reacciones | | | | Flectores | | | |
|-----|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---|---------------------|
| | R_A ($\times q \cdot L$) | R_B ($\times q \cdot L$) | R_C ($\times q \cdot L$) | R_D ($\times q \cdot L$) | M_B ($\times q \cdot L^2$) | M_C ($\times q \cdot L^2$) | $M_{\text{m}\acute{a}\text{x}}$ ($\times q \cdot L^2$) | d ($\times L$) |
| 0,5 | 0,414 | 0,786 | -0,214 | 0,014 | -0,086 | 0,014 | 0,086 | 0,414 |
| 0,6 | 0,419 | 0,741 | -0,175 | 0,015 | -0,081 | 0,015 | 0,088 | 0,419 |
| 0,7 | 0,423 | 0,709 | -0,148 | 0,016 | -0,077 | 0,016 | 0,090 | 0,423 |
| 0,8 | 0,427 | 0,685 | -0,128 | 0,016 | -0,073 | 0,016 | 0,091 | 0,427 |
| 0,9 | 0,430 | 0,665 | -0,112 | 0,017 | -0,070 | 0,017 | 0,093 | 0,430 |
| 1 | 0,433 | 0,650 | -0,100 | 0,017 | -0,067 | 0,017 | 0,094 | 0,433 |
| 1,1 | 0,436 | 0,637 | -0,090 | 0,017 | -0,064 | 0,017 | 0,095 | 0,436 |
| 1,2 | 0,439 | 0,626 | -0,082 | 0,017 | -0,061 | 0,017 | 0,096 | 0,439 |
| 1,3 | 0,441 | 0,617 | -0,075 | 0,017 | -0,059 | 0,017 | 0,097 | 0,441 |
| 1,4 | 0,443 | 0,609 | -0,069 | 0,017 | -0,057 | 0,017 | 0,098 | 0,443 |
| 1,5 | 0,445 | 0,603 | -0,064 | 0,016 | -0,055 | 0,016 | 0,099 | 0,445 |
| 1,6 | 0,447 | 0,597 | -0,060 | 0,016 | -0,053 | 0,016 | 0,100 | 0,447 |
| 1,7 | 0,449 | 0,591 | -0,056 | 0,016 | -0,051 | 0,016 | 0,101 | 0,449 |
| 1,8 | 0,450 | 0,586 | -0,053 | 0,016 | -0,050 | 0,016 | 0,101 | 0,450 |
| 1,9 | 0,452 | 0,582 | -0,050 | 0,016 | -0,048 | 0,016 | 0,102 | 0,452 |
| 2 | 0,453 | 0,578 | -0,047 | 0,016 | -0,047 | 0,016 | 0,103 | 0,453 |
| 2,1 | 0,454 | 0,575 | -0,044 | 0,015 | -0,046 | 0,015 | 0,103 | 0,454 |
| 2,2 | 0,456 | 0,571 | -0,042 | 0,015 | -0,044 | 0,015 | 0,104 | 0,456 |
| 2,3 | 0,457 | 0,568 | -0,040 | 0,015 | -0,043 | 0,015 | 0,104 | 0,457 |
| 2,4 | 0,458 | 0,566 | -0,038 | 0,015 | -0,042 | 0,015 | 0,105 | 0,458 |
| 2,5 | 0,459 | 0,563 | -0,037 | 0,015 | -0,041 | 0,015 | 0,105 | 0,459 |
| 2,6 | 0,460 | 0,561 | -0,035 | 0,014 | -0,040 | 0,014 | 0,106 | 0,460 |
| 2,7 | 0,461 | 0,559 | -0,034 | 0,014 | -0,039 | 0,014 | 0,106 | 0,461 |
| 2,8 | 0,462 | 0,557 | -0,033 | 0,014 | -0,038 | 0,014 | 0,107 | 0,462 |
| 2,9 | 0,463 | 0,555 | -0,031 | 0,014 | -0,037 | 0,014 | 0,107 | 0,463 |
| 3 | 0,464 | 0,553 | -0,030 | 0,014 | -0,036 | 0,014 | 0,107 | 0,464 |

VIGA 3 VANOS DESIGUALES: carga repartida en vano central.



Reacciones

$$R_A = R_D = \frac{-k^3}{2+3k} \cdot \frac{1}{4} \cdot qL$$

$$R_B = R_C = \frac{4+6k+k^2}{2+3k} \cdot \frac{k}{4} \cdot qL$$

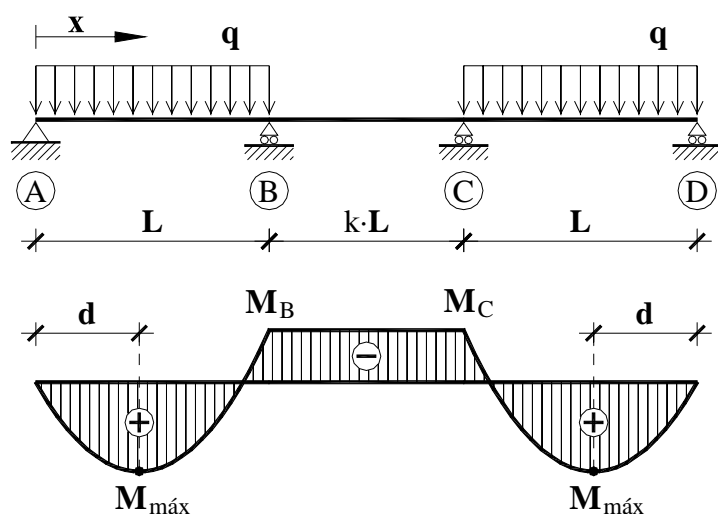
Flectores

$$M_B = M_C = \frac{-k^3}{2+3k} \cdot \frac{1}{4} \cdot qL^2$$

$$M_{\text{máx}} = \frac{2+k}{2+3k} \cdot \frac{k^2}{8} \cdot qL^2$$

| k | Reacciones | | Flectores | |
|-----|---------------------------------------|---------------------------------------|---|--|
| | $R_A = R_D$ ($\times q \cdot L$) | $R_B = R_C$ ($\times q \cdot L$) | $M_B = M_C$ ($\times q \cdot L^2$) | $M_{\text{máx}}$ ($\times q \cdot L^2$) |
| 0,5 | -0,009 | 0,259 | -0,009 | 0,022 |
| 0,6 | -0,014 | 0,314 | -0,014 | 0,031 |
| 0,7 | -0,021 | 0,371 | -0,021 | 0,040 |
| 0,8 | -0,029 | 0,429 | -0,029 | 0,051 |
| 0,9 | -0,039 | 0,489 | -0,039 | 0,062 |
| 1 | -0,050 | 0,550 | -0,050 | 0,075 |
| 1,1 | -0,063 | 0,613 | -0,063 | 0,088 |
| 1,2 | -0,077 | 0,677 | -0,077 | 0,103 |
| 1,3 | -0,093 | 0,743 | -0,093 | 0,118 |
| 1,4 | -0,111 | 0,811 | -0,111 | 0,134 |
| 1,5 | -0,130 | 0,880 | -0,130 | 0,151 |
| 1,6 | -0,151 | 0,951 | -0,151 | 0,169 |
| 1,7 | -0,173 | 1,023 | -0,173 | 0,188 |
| 1,8 | -0,197 | 1,097 | -0,197 | 0,208 |
| 1,9 | -0,223 | 1,173 | -0,223 | 0,229 |
| 2 | -0,250 | 1,250 | -0,250 | 0,250 |
| 2,1 | -0,279 | 1,329 | -0,279 | 0,272 |
| 2,2 | -0,310 | 1,410 | -0,310 | 0,295 |
| 2,3 | -0,342 | 1,492 | -0,342 | 0,319 |
| 2,4 | -0,376 | 1,576 | -0,376 | 0,344 |
| 2,5 | -0,411 | 1,661 | -0,411 | 0,370 |
| 2,6 | -0,448 | 1,748 | -0,448 | 0,397 |
| 2,7 | -0,487 | 1,837 | -0,487 | 0,424 |
| 2,8 | -0,528 | 1,928 | -0,528 | 0,452 |
| 2,9 | -0,570 | 2,020 | -0,570 | 0,481 |
| 3 | -0,614 | 2,114 | -0,614 | 0,511 |

VIGA 3 VANOS DESIGUALES: carga repartida en vanos extremos.



Reacciones

$$R_A = R_D = \frac{2 + 5k + 2k^2}{4 + 8k + 3k^2} \cdot \frac{3}{4} \cdot qL$$

$$R_B = R_C = \frac{10 + 17k + 6k^2}{4 + 8k + 3k^2} \cdot \frac{1}{4} \cdot qL$$

Flectores

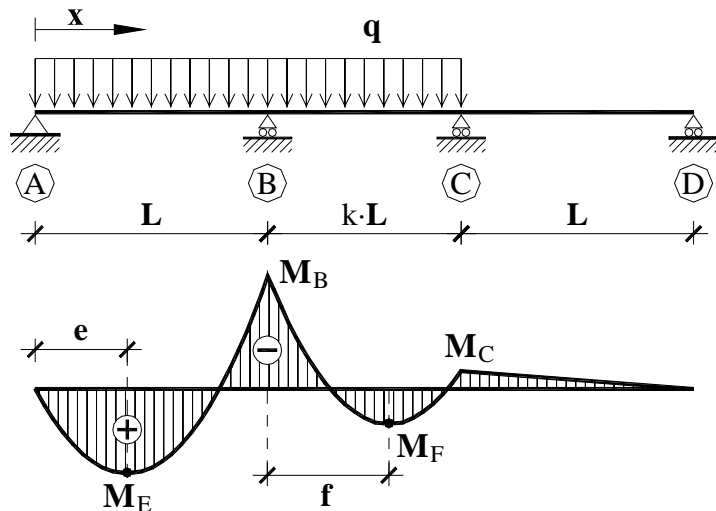
$$M_B = M_C = \frac{-(2+k)}{4 + 8k + 3k^2} \cdot \frac{1}{4} \cdot qL^2$$

$$M_{\text{máx}} = \frac{9}{32} \cdot \left(\frac{2 + 5k + 2k^2}{4 + 8k + 3k^2} \right)^2 \cdot qL^2$$

$$\text{con } d = \frac{2 + 5k + 2k^2}{4 + 8k + 3k^2} \cdot \frac{3L}{4}$$

| k | Reacciones | | Flectores | | |
|-----|---------------------------------------|---------------------------------------|---|--|---------------------|
| | $R_A = R_D$ ($\times q \cdot L$) | $R_B = R_C$ ($\times q \cdot L$) | $M_B = M_C$ ($\times q \cdot L^2$) | $M_{\text{máx}}$ ($\times q \cdot L^2$) | d ($\times L$) |
| 0,5 | 0,429 | 0,571 | -0,071 | 0,092 | 0,429 |
| 0,6 | 0,434 | 0,566 | -0,066 | 0,094 | 0,434 |
| 0,7 | 0,439 | 0,561 | -0,061 | 0,096 | 0,439 |
| 0,8 | 0,443 | 0,557 | -0,057 | 0,098 | 0,443 |
| 0,9 | 0,447 | 0,553 | -0,053 | 0,100 | 0,447 |
| 1 | 0,450 | 0,550 | -0,050 | 0,101 | 0,450 |
| 1,1 | 0,453 | 0,547 | -0,047 | 0,103 | 0,453 |
| 1,2 | 0,455 | 0,545 | -0,045 | 0,104 | 0,455 |
| 1,3 | 0,458 | 0,542 | -0,042 | 0,105 | 0,458 |
| 1,4 | 0,460 | 0,540 | -0,040 | 0,106 | 0,460 |
| 1,5 | 0,462 | 0,538 | -0,038 | 0,107 | 0,462 |
| 1,6 | 0,463 | 0,537 | -0,037 | 0,107 | 0,463 |
| 1,7 | 0,465 | 0,535 | -0,035 | 0,108 | 0,465 |
| 1,8 | 0,466 | 0,534 | -0,034 | 0,109 | 0,466 |
| 1,9 | 0,468 | 0,532 | -0,032 | 0,109 | 0,468 |
| 2 | 0,469 | 0,531 | -0,031 | 0,110 | 0,469 |
| 2,1 | 0,470 | 0,530 | -0,030 | 0,110 | 0,470 |
| 2,2 | 0,471 | 0,529 | -0,029 | 0,111 | 0,471 |
| 2,3 | 0,472 | 0,528 | -0,028 | 0,111 | 0,472 |
| 2,4 | 0,473 | 0,527 | -0,027 | 0,112 | 0,473 |
| 2,5 | 0,474 | 0,526 | -0,026 | 0,112 | 0,474 |
| 2,6 | 0,474 | 0,526 | -0,026 | 0,113 | 0,474 |
| 2,7 | 0,475 | 0,525 | -0,025 | 0,113 | 0,475 |
| 2,8 | 0,476 | 0,524 | -0,024 | 0,113 | 0,476 |
| 2,9 | 0,477 | 0,523 | -0,023 | 0,114 | 0,477 |
| 3 | 0,477 | 0,523 | -0,023 | 0,114 | 0,477 |

VIGA 3 VANOS DESIGUALES: carga repartida en 2 vanos contiguos.



Reacciones

$$R_A = \left(\frac{3 + 7k + 3k^2}{4 + 8k + 3k^2} - \frac{k^3}{2 \cdot (2 + 3k)} \right) \cdot \frac{1}{4} \cdot qL$$

$$R_B = \left(\frac{2 + 13k + 18k^2 + 6k^3}{4 + 8k + 3k^2} \cdot \frac{1}{k} + \frac{4 + 6k + k^2}{2 + 3k} \cdot k \right) \cdot \frac{qL}{4}$$

$$R_C = \left(\frac{4 + 6k + k^2}{2 + 3k} \cdot k - \frac{(1 + k)(2 + k)}{4 + 8k + 3k^2} \cdot \frac{1}{k} \right) \cdot \frac{qL}{4}$$

$$R_D = \left(\frac{1}{4 + 8k + 3k^2} - \frac{k^2}{2 + 3k} \right) \cdot \frac{k}{4} \cdot qL$$

Flectores:

$$M_B = - \left(\frac{k^3}{2 + 3k} + \frac{2(1 + k)}{4 + 8k + 3k^2} \right) \cdot \frac{1}{4} \cdot qL^2 ;$$

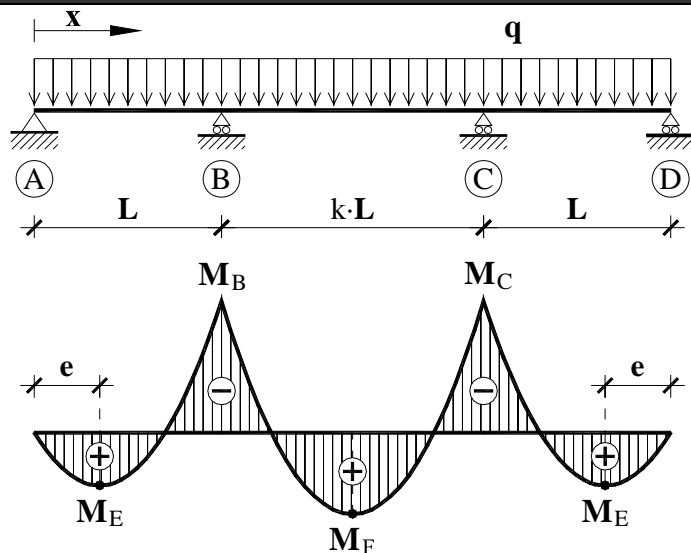
$$M_C = \left(\frac{k}{4 + 8k + 3k^2} - \frac{k^3}{2 + 3k} \right) \cdot \frac{1}{4} \cdot qL^2$$

$$M_E = \frac{R_A^2}{2q} \quad \text{con} \quad e = \frac{R_A}{q} ;$$

$$M_F = \frac{(R_A + R_B)^2}{2q} - LR_B \quad \text{con} \quad f = \frac{R_A + R_B}{q} - L$$

| k | Reacciones | | | | Flectores | | | | | |
|-----|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------|-----------------------------------|---------------------|
| | R_A ($\times q \cdot L$) | R_B ($\times q \cdot L$) | R_C ($\times q \cdot L$) | R_D ($\times q \cdot L$) | M_B ($\times q \cdot L^2$) | M_C ($\times q \cdot L^2$) | M_E ($\times q \cdot L^2$) | e ($\times L$) | M_F ($\times q \cdot L^2$) | f ($\times L$) |
| 0,5 | 0,405 | 1,045 | 0,045 | 0,005 | -0,095 | 0,005 | 0,082 | 0,405 | 0,007 | 0,450 |
| 0,6 | 0,405 | 1,055 | 0,139 | 0,001 | -0,095 | 0,001 | 0,082 | 0,405 | 0,011 | 0,460 |
| 0,7 | 0,402 | 1,080 | 0,223 | -0,005 | -0,098 | -0,005 | 0,081 | 0,402 | 0,019 | 0,482 |
| 0,8 | 0,398 | 1,114 | 0,301 | -0,013 | -0,102 | -0,013 | 0,079 | 0,398 | 0,029 | 0,512 |
| 0,9 | 0,392 | 1,154 | 0,376 | -0,022 | -0,108 | -0,022 | 0,077 | 0,392 | 0,040 | 0,546 |
| 1 | 0,383 | 1,200 | 0,450 | -0,033 | -0,117 | -0,033 | 0,073 | 0,383 | 0,053 | 0,583 |
| 1,1 | 0,373 | 1,250 | 0,523 | -0,046 | -0,127 | -0,046 | 0,070 | 0,373 | 0,068 | 0,623 |
| 1,2 | 0,361 | 1,304 | 0,595 | -0,060 | -0,139 | -0,060 | 0,065 | 0,361 | 0,083 | 0,665 |
| 1,3 | 0,348 | 1,360 | 0,668 | -0,076 | -0,152 | -0,076 | 0,060 | 0,348 | 0,099 | 0,708 |
| 1,4 | 0,332 | 1,420 | 0,742 | -0,094 | -0,168 | -0,094 | 0,055 | 0,332 | 0,116 | 0,753 |
| 1,5 | 0,315 | 1,482 | 0,816 | -0,113 | -0,185 | -0,113 | 0,050 | 0,315 | 0,133 | 0,798 |
| 1,6 | 0,296 | 1,547 | 0,891 | -0,134 | -0,204 | -0,134 | 0,044 | 0,296 | 0,152 | 0,843 |
| 1,7 | 0,276 | 1,614 | 0,967 | -0,157 | -0,224 | -0,157 | 0,038 | 0,276 | 0,171 | 0,890 |
| 1,8 | 0,253 | 1,683 | 1,044 | -0,181 | -0,247 | -0,181 | 0,032 | 0,253 | 0,192 | 0,937 |
| 1,9 | 0,229 | 1,755 | 1,123 | -0,207 | -0,271 | -0,207 | 0,026 | 0,229 | 0,213 | 0,984 |
| 2 | 0,203 | 1,828 | 1,203 | -0,234 | -0,297 | -0,234 | 0,021 | 0,203 | 0,235 | 1,031 |
| 2,1 | 0,176 | 1,904 | 1,284 | -0,264 | -0,324 | -0,264 | 0,015 | 0,176 | 0,258 | 1,079 |
| 2,2 | 0,146 | 1,981 | 1,367 | -0,294 | -0,354 | -0,294 | 0,011 | 0,146 | 0,281 | 1,127 |
| 2,3 | 0,115 | 2,060 | 1,451 | -0,327 | -0,385 | -0,327 | 0,007 | 0,115 | 0,306 | 1,175 |
| 2,4 | 0,082 | 2,141 | 1,537 | -0,361 | -0,418 | -0,361 | 0,003 | 0,082 | 0,331 | 1,224 |
| 2,5 | 0,048 | 2,224 | 1,624 | -0,397 | -0,452 | -0,397 | 0,001 | 0,048 | 0,357 | 1,272 |
| 2,6 | 0,012 | 2,309 | 1,713 | -0,434 | -0,488 | -0,434 | 0,000 | 0,012 | 0,384 | 1,321 |
| 2,7 | -0,026 | 2,396 | 1,803 | -0,473 | -0,526 | -0,473 | 0,000 | -0,026 | 0,412 | 1,370 |
| 2,8 | -0,066 | 2,484 | 1,895 | -0,514 | -0,566 | -0,514 | 0,002 | -0,066 | 0,440 | 1,419 |
| 2,9 | -0,107 | 2,575 | 1,988 | -0,556 | -0,607 | -0,556 | 0,006 | -0,107 | 0,470 | 1,468 |
| 3 | -0,150 | 2,667 | 2,083 | -0,600 | -0,650 | -0,600 | 0,011 | -0,150 | 0,500 | 1,517 |

VIGA 3 VANOS DESIGUALES: carga repartida en todos los vanos.



Reacciones

$$R_A = R_D = \left(\frac{3 \cdot (2 + 5k + 2k^2)}{4 + 8k + 3k^2} - \frac{k^3}{2 + 3k} \right) \cdot \frac{qL}{4}$$

$$R_B = R_C = \left(\frac{10 + 17k + 6k^2}{4 + 8k + 3k^2} + \frac{k \cdot (4 + 6k + k^2)}{2 + 3k} \right) \cdot \frac{qL}{4}$$

Flectores

$$M_B = M_C = - \left(\frac{k^3}{2 + 3k} + \frac{2 + k}{4 + 8k + 3k^2} \right) \cdot \frac{1}{4} \cdot qL^2$$

$$M_E = \left(\frac{3 \cdot (2 + 5k + 2k^2)}{4 + 8k + 3k^2} - \frac{k^3}{2 + 3k} \right)^2 \cdot \frac{qL^2}{32} \quad \text{con } e = \left(\frac{3 \cdot (2 + 5k + 2k^2)}{4 + 8k + 3k^2} - \frac{k^3}{2 + 3k} \right) \cdot \frac{L}{4} ; \quad e=0 \text{ con } k=2,669$$

$$M_F = \left(\frac{(2+k)^2}{2} - \frac{10 + 17k + 6k^2}{4 + 8k + 3k^2} - \frac{k \cdot (4 + 6k + k^2)}{2 + 3k} \right) \cdot \frac{1}{4} \cdot qL^2 ; \quad M_F=0 \text{ con } k=0,840$$

| k | Reacciones | | | | Flectores | | | | |
|-----|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------|-----------------------------------|
| | R_A ($\times q \cdot L$) | R_B ($\times q \cdot L$) | R_C ($\times q \cdot L$) | R_D ($\times q \cdot L$) | M_B ($\times q \cdot L^2$) | M_C ($\times q \cdot L^2$) | M_E ($\times q \cdot L^2$) | e ($\times L$) | M_F ($\times q \cdot L^2$) |
| 0,5 | 0,420 | 0,830 | 0,830 | 0,420 | -0,080 | -0,080 | 0,088 | 0,420 | -0,049 |
| 0,6 | 0,420 | 0,880 | 0,880 | 0,420 | -0,080 | -0,080 | 0,088 | 0,420 | -0,035 |
| 0,7 | 0,418 | 0,932 | 0,932 | 0,418 | -0,082 | -0,082 | 0,087 | 0,418 | -0,021 |
| 0,8 | 0,414 | 0,986 | 0,986 | 0,414 | -0,086 | -0,086 | 0,086 | 0,414 | -0,006 |
| 0,9 | 0,408 | 1,042 | 1,042 | 0,408 | -0,092 | -0,092 | 0,083 | 0,408 | 0,009 |
| 1 | 0,400 | 1,100 | 1,100 | 0,400 | -0,100 | -0,100 | 0,080 | 0,400 | 0,025 |
| 1,1 | 0,390 | 1,160 | 1,160 | 0,390 | -0,110 | -0,110 | 0,076 | 0,390 | 0,041 |
| 1,2 | 0,378 | 1,222 | 1,222 | 0,378 | -0,122 | -0,122 | 0,072 | 0,378 | 0,058 |
| 1,3 | 0,365 | 1,285 | 1,285 | 0,365 | -0,135 | -0,135 | 0,066 | 0,365 | 0,076 |
| 1,4 | 0,349 | 1,351 | 1,351 | 0,349 | -0,151 | -0,151 | 0,061 | 0,349 | 0,094 |
| 1,5 | 0,332 | 1,418 | 1,418 | 0,332 | -0,168 | -0,168 | 0,055 | 0,332 | 0,113 |
| 1,6 | 0,313 | 1,487 | 1,487 | 0,313 | -0,187 | -0,187 | 0,049 | 0,313 | 0,133 |
| 1,7 | 0,292 | 1,558 | 1,558 | 0,292 | -0,208 | -0,208 | 0,043 | 0,292 | 0,153 |
| 1,8 | 0,269 | 1,631 | 1,631 | 0,269 | -0,231 | -0,231 | 0,036 | 0,269 | 0,174 |
| 1,9 | 0,245 | 1,705 | 1,705 | 0,245 | -0,255 | -0,255 | 0,030 | 0,245 | 0,196 |
| 2 | 0,219 | 1,781 | 1,781 | 0,219 | -0,281 | -0,281 | 0,024 | 0,219 | 0,219 |
| 2,1 | 0,191 | 1,859 | 1,859 | 0,191 | -0,309 | -0,309 | 0,018 | 0,191 | 0,242 |
| 2,2 | 0,161 | 1,939 | 1,939 | 0,161 | -0,339 | -0,339 | 0,013 | 0,161 | 0,266 |
| 2,3 | 0,130 | 2,020 | 2,020 | 0,130 | -0,370 | -0,370 | 0,008 | 0,130 | 0,291 |
| 2,4 | 0,097 | 2,103 | 2,103 | 0,097 | -0,403 | -0,403 | 0,005 | 0,097 | 0,317 |
| 2,5 | 0,063 | 2,188 | 2,188 | 0,063 | -0,438 | -0,438 | 0,002 | 0,063 | 0,344 |
| 2,6 | 0,026 | 2,274 | 2,274 | 0,026 | -0,474 | -0,474 | 0,000 | 0,026 | 0,371 |
| 2,7 | -0,012 | 2,362 | 2,362 | -0,012 | -0,512 | -0,512 | --- | --- | 0,399 |
| 2,8 | -0,052 | 2,452 | 2,452 | -0,052 | -0,552 | -0,552 | --- | --- | 0,428 |
| 2,9 | -0,093 | 2,543 | 2,543 | -0,093 | -0,593 | -0,593 | --- | --- | 0,458 |
| 3 | -0,136 | 2,636 | 2,636 | -0,136 | -0,636 | -0,636 | --- | --- | 0,489 |