ÍNDICE M3

Capítulo 7 – Circuitos de corriente contínua

CAPÍTULO 7

CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

7.1. LEY DE OHM.

La ley de Ohm establece: La corriente que circula por un circuito eléctrico es directamente proporcional a la fuerza electromotriz o voltaje e inversamente proporcional a la resistencia del circuito.

Matemáticamente se expresa:

$$I = \frac{E}{R} \qquad \text{amperios} = \frac{\text{voltios}}{\text{ohmios}}$$

ó $$E = I\ R \qquad \text{voltios} = \text{amperios} \times \text{ohmios}$$

ó $$R = \frac{E}{I} \qquad \text{ohmios} = \frac{\text{voltios}}{\text{amperios}}$$

Dicho de otra manera: Por un circuito de 1 Ohmio de resistencia circula una intensidad de corriente de 1 Amperio cuando se le aplica una diferencia de potencial de 1 Voltio.

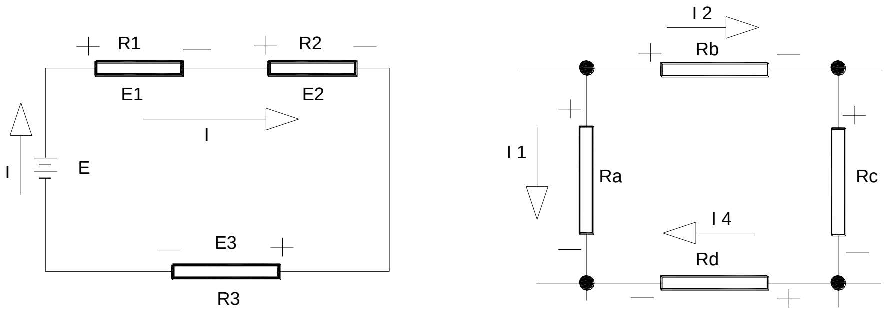
Se ve, pues, que cuando por una resistencia circula una corriente se produce en la resistencia una caída de tensión, o existe una ddp entre extremos de la resistencia. Se adopta el criterio de que el potencial **es más positivo en el lado por el que entra la corriente y más negativo en el lado por el que sale la corriente** considerando el sentido de la corriente de positivo a negativo en el exterior de la fuente. Esto es así puesto que en la resistencia hay una caída de tensión, luego el potencial que hay antes de la resistencia tiene que ser mayor que el que hay después de la resistencia.

7.2. LEYES DE KIRCHOFF.

Las dos leyes de Kirchoff complementan a la ley de Ohm y con ellas se puede resolver, prácticamente, cualquier circuito.

Primera Ley de Kirchoff. En un circuito serie, la suma de las caídas de tensión es igual al voltaje de la fuente.

También se puede decir: En una malla cerrada, haya o no ramificaciones, la suma algebraica de las caídas de tensión es igual a cero.



Circuito A   Circuito B

Fig. 3.7.1. Primera Ley de Kirchoff

Según el primer enunciado, en el circuito A, siendo la misma la intensidad que circula por el circuito:

$$E = I\,R1 + I\,R2 + I\,R3$$

o según el segundo enunciado:

$$I\,R1 + I\,R2 + I\,R3 - E = 0$$

La fuente presenta signo opuesto ya que, según el criterio adoptado, debe ser positivo el punto por el que entra la corriente y negativo el punto por el que sale.

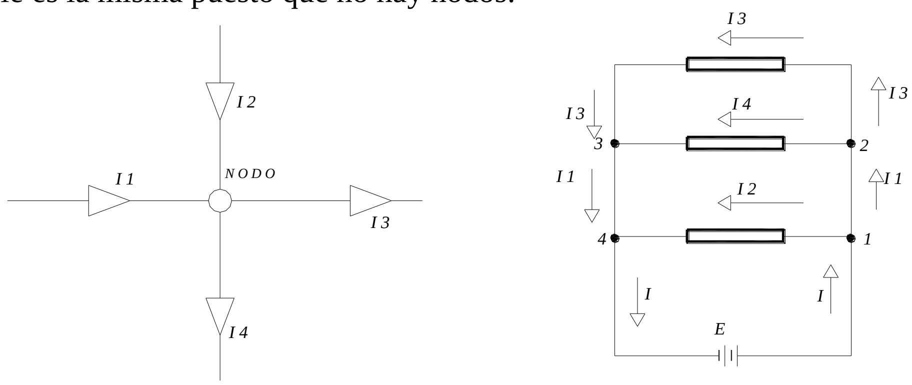
Según el segundo enunciado, en el circuito B:

$\Sigma\, I\,R = 0$ ó $I2\,Rb + I3\,Rc + I4\,Rd - I1\,Ra = 0$

que será muy útil para resolver circuitos.

<u>Segunda Ley de Kirchoff.</u> En todo nodo o nudo donde concurren varias corrientes, la suma de las corrientes que entran es igual a la suma de las corrientes que salen, o sea la suma algebraica de las intensidades que concurren en un nodo es igual a cero.

Esta segunda Ley corrobora lo dicho en la primera Ley: La intensidad de corriente en un circuito serie es la misma puesto que no hay nodos.



Circuito A   Circuito B

Fig. 3.7.2. Segunda Ley de Kirchoff

En el circuito A: $\Sigma I = 0$

o, en el nodo del circuito A : $I1 + I2 = I3 + I4$

que equivale a : $I1 + I2 - I3 - I4 = 0$

si se ha dado sentido positivo a las intensidades entrantes al nodo y sentido negativo a las intensidades salientes del nodo.

En el circuito B:

a) Nodo 1 : I = I 1 + I 2
b) Nodo 2 : I 1 = I 3 + I 4
c) Nodo 3 : I 3 + I 4 = I 1 (igual que en b)
d) Nodo 4 : I 2 + I 1 = I (igual que en a)

Luego I = I 2 + I 3 + I 4

7.3. RESISTENCIAS EN SERIE Y EN PARALELO.

7.3.1. Resistencias en serie.

Se dice que **dos o más resistencias están en serie cuando por ellas circula la misma intensidad de corriente**, al no haber nodos.

En el esquema de la figura 3.7.3, la intensidad que circula por las tres resistencias es la misma, I, según la segunda ley de Kirchoff ya que no hay ningún nodo en el circuito, y en cada resistencia se produce una caída de tensión o pérdida de voltaje, cuyo valor se determina aplicando la ley de Ohm:

E1 = I R1 E2 = I R2 E3 = I R3

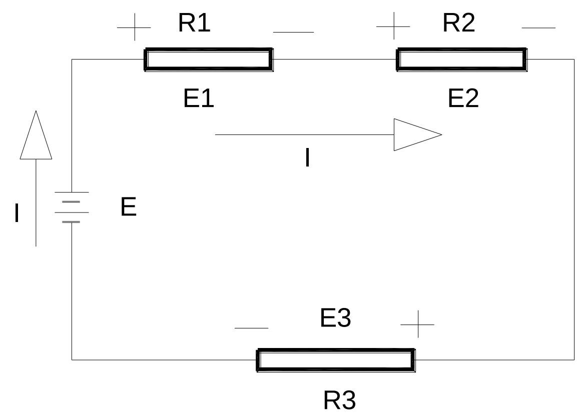


Fig. 3.7.3. Circuito serie

Y aplicando la primera ley de Kirchoff (considerando que la intensidad circula en el sentido dibujado) se establecen las ecuaciones:

$$- E + E1 + E2 + E3 = 0 \quad \text{o sea}$$

$$E = E1 + E2 + E3 = I\ (R1 + R2 + R3) = I\ Re$$

luego $\mathbf{Re = (R1 + R2 + R3)}$

que se define como: <u>La resistencia total o equivalente de un circuito serie es igual a la suma de las resistencias del circuito.</u>

7.3.2. Resistencias en paralelo.

Dos o más resistencias están en paralelo cuando entre ellas existe la misma ddp. En el esquema de la figura 3.7.4 se considera que no hay caída de tensión entre la fuente y el extremo de cada resistencia, o sea cada extremo de cada resistencia es el mismo punto eléctrico que el terminal de la fuente a que está conectada por lo que la diferencia de potencial de la fuente es igual a la de las resistencias. Aplicando la ley de Ohm a cada rama:

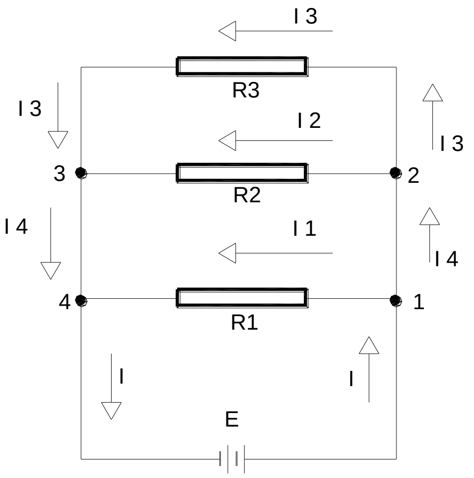


Fig. 3.7.4 Circuito paralelo

$$I1 = \frac{E}{R1} \qquad I2 = \frac{E}{R2} \qquad I3 = \frac{E}{R3}$$

Aplicando la segunda ley de Kirchoff a cada nodo queda:

$$I = I1 + I2 + I3$$

Luego $$I = E\left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}\right) = E\left(\frac{1}{Re}\right)$$

o sea

$$\frac{1}{Re} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}$$

o lo que es igual

$$\mathbf{Re} = \frac{1}{\dfrac{1}{R1} + \dfrac{1}{R2} + \dfrac{1}{R3}}$$

lo que se define como: **La resistencia equivalente de un circuito paralelo es igual a la inversa de la suma de las inversas de las resistencias del circuito**.En el caso de que solo haya dos resistencias:

$$\frac{1}{Re} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2}$$

resolviendo $\frac{1}{Re} = \frac{R1 + R2}{R1 \times R2}$ e invirtiendo $\mathbf{Re} = \frac{\mathbf{R1 \times R2}}{\mathbf{R1 + R2}}$

lo que se expresa diciendo: **la equivalente de dos resistencias en paralelo es igual a producto partido por suma.**

Y en el caso de que todas resistencias sean iguales, siendo "N" el número de resistencias:

Si $R1 = R2 = ... = R_N$ $\qquad \frac{1}{Re} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \ ... \ + \frac{1}{R_N} = \frac{N}{R_N}$

Luego $\mathbf{Re} = \frac{\mathbf{R_N}}{\mathbf{N}}$

O sea**, la equivalente de "N" resistencias en paralelo que son iguales es igual al valor de una de ellas dividido por el número de resistencias**.

Finalmente, **si una resistencia es "n" veces la otra**: R1 = n R2

$$Re = \frac{R1 \times R2}{R1 + R2} = \frac{n\,R2 \times R2}{n\,R2 + R2} = \frac{n\,R2^{\,2}}{R2\,(n + 1)} \qquad \mathbf{Re} = \frac{\mathbf{n\,R2}}{\mathbf{n + 1}}$$

La resistencia equivalente es igual a la mayor dividida por n + 1, o sea dos resistencias de 9 y 18 ohmios (una el doble que la otra) en paralelo tienen una resultante de 6 ohmios (la mayor, 18, dividida por 3 = 2 + 1).

En todo caso, se puede comprobar que **la resultante de un grupo de resistencias en paralelo es siempre menor que la menor de las resistencias del grupo**.

La combinación en paralelo dada en la figura 3.7.4 también se puede presentar como se muestra en a) y en b) de la figura 3.7.5.siguiente.

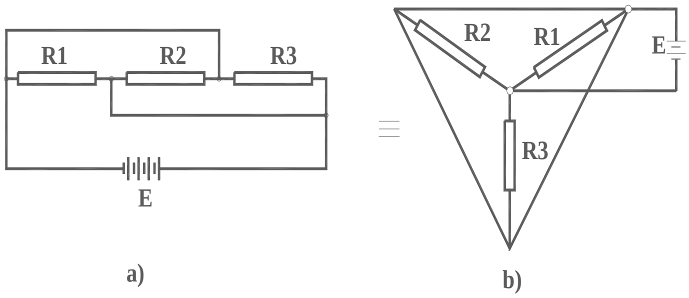


Fig. 3.7.5. Circuitos paralelo

7.4. DETERMINACION DE VOLTAJES E INTENSIDADES EN CIRCUITOS SERIE-PARALELO.

Una combinación de resistencias se puede montar en serie y en paralelo entre ellas y con la fuente, como se muestra en la figura 3.7.6.

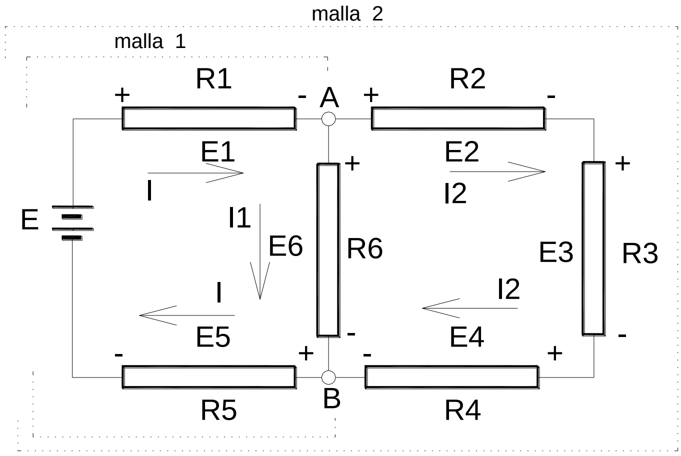


Fig. 3.7.6. Circuito serie – paralelo

La solución a una combinación de resistencias en serie - paralelo se puede obtener por dos métodos:

a) Método manual.
b) Método de las mallas.

Siendo datos tanto el voltaje aplicado, E, como el valor de cada resistencia.

NO OLVIDAR: Resistencias en serie = misma intensidad circula por ellas.
Resistencias en paralelo = misma ddp entre sus extremos.

7.4.1. Método manual.

El método manual consiste en (consultar, para cada uno de los pasos, la figura 3.7.6):

1º) Determinar la resultante de las tres resistencias R2, R3 y R4 en serie (por ellas circula la misma intensidad), a la que se denomina R234 (suma de las tres resistencias).

2º) Combinar R234 con R6 en paralelo (misma ddp entre sus extremos) obteniéndose otra resultante que se llamará R2346 (cociente de producto por suma).

3º) Combinar R2346 en serie con las dos restantes, R1 y R5, para obtener la resistencia total, o resistencia equivalente, del circuito, que se llamará Re (suma de las tres resistencias).

4º) Obtenida la resistencia equivalente del circuito, se halla la intensidad total que entrega la fuente, I (Ley de Ohm).

$$I = \frac{E}{Re}$$

5º) Como la intensidad total es la que circula por las resistencias R1 y R5 se pueden obtener los voltajes E1, E5 y E6 (1ª Ley de Kirchoff).

$$E1 = I \times R1 \qquad E5 = I \times R5 \qquad E6 = E - E1 - E5$$

6º) Conocida E6, se puede obtener I1 (Ley de Ohm).

$$I1 = \frac{E6}{R6}$$

7º) Conocidas I e I1, se puede obtener I2 (2ª Ley de Kirchoff aplicada al nodo A).

$$I2 = I - I1$$

8º) Conocida I2 se pueden obtener E2, E3 y E4, aplicando la ley de Ohm y comprobando que ha de ser (2ª Ley de Kirchoff):

$$E6 = E2 + E3 + E4$$

Se han obtenido intensidades de corriente y caídas de tensión en todo el circuito. La potencia disipada por cada resistencia se obtendría multiplicando la caída de tensión por la intensidad de corriente en cada una de ellas. La suma de las potencias de las resistencias será igual a la obtenida de la fuente, o producto del voltaje de la fuente por la intensidad total.

7.4.2. Método de las mallas.

Este método consiste en dividir el circuito en mallas y en nodos y aplicar las leyes de Kirchoff a cada malla y/o nodo tras dibujar las posibles intensidades de corriente que pueden circular por el circuito. En el caso de la figura 7.6, se pueden seleccionar las mallas 1 y 2, marcadas en la figura, con las intensidades de corriente indicadas.

Malla 1 : E = I R1 + I1 R6 + I R5

Malla 2 : E = I R1 + I2 R2 + I2 R3 + I2 R4 + I R5

Nodo A : I = I1 + I2

Habiéndose obtenido un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas (I , I1 e I2). La resolución del sistema de ecuaciones permite la obtención de las intensidades de corriente y, aplicando la ley de Ohm en cada resistencia, se pueden obtener las caídas de tensión.

Nótese que el mètodo manual es menos matemático, pero más intuitivo que el método de las mallas.

Los párrafos precedentes permitirán al alumno una mejor comprensión del apartado 5.4. Celdas conectadas en serie y paralelo. Igualmente han de permitir que se llegue a las conclusiones siguientes:

a). Todos los receptores conectados en serie consumen la misma intensidad y se reparte entre ellos el voltaje de la fuente. Si uno de los receptores se queda en circuito abierto, por mal funcionamiento o cualquier razón, todos los receptores o circuitos quedan desconectados de la fuente.

b) Todos los circuitos conectados en paralelo reciben el mismo voltaje y cada uno de ellos consume la intensidad de corriente que le corresponda a su carga o a su resistencia. Si uno de los receptores se desconecta, el resto de los receptores sigue funcionando, aunque con un consumo inferior de la fuente.

En el **Anexo 1** se muestran varios ejemplos numéricos.

7.5. IMPORTANCIA DE LA RESISTENCIA INTERNA EN UNA FUENTE DE ALIMENTACION.

Toda fuente de alimentación, generador o batería tiene una resistencia interna (recuérdese lo expuesto en la resistencia de las baterías) que afecta al circuito que alimenta del modo siguiente.

Sea la fuente de la figura, que genera una f.e.m. E, y que tiene una resistencia interna r.

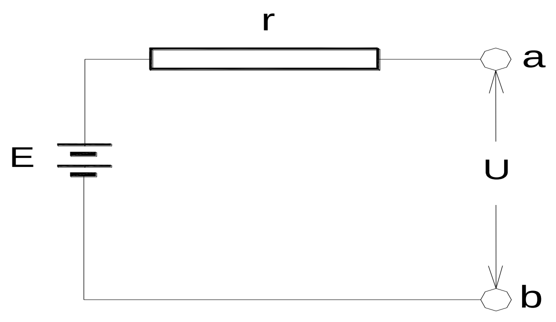


Fig. 3.7.7 Resistencia interna en fuente de alimentación

En ausencia de carga, o sea a circuito abierto, se cumple:

U = E (al no circular corriente no hay caida de tensión en la resistencia)

Cuando se aplica carga a la fuente, la diferencia de potencial entre los terminales, U, siendo I la intensidad de corriente entregada será:

U = E – Ir (El potencial en el punto "a" es el positivo de la fuente menos la caída de tensión en la resistencia)

De donde se deduce que cuanto mayor sea la resistencia interna de una fuente, menor será diferencia de potencial disponible entre bornas y menor, por tanto, el aprovechamiento de la fuente.

En general, se puede decir que si se sobrecarga una fuente, (se hace entregue una intensidad de corriente superior a su nominal) aumenta el producto (I . r) con lo que disminuye U o cae el voltaje que entrega la fuente.

Esto es muy importante cuando se precisa instalar fuentes de alimentación en paralelo para conseguir altos consumos, como se verá en los casos siguientes.

CASO A. Supónganse dos fuentes de alimentación (baterías, generadores..) con **diferentes resistencias internas** alimentando una carga, como se muestra en el ejemplo de la figura 3.7.8 con los datos siguientes:

Fuente 1
Voltaje generado: V1 = 24 VDC
Resistencia interna: R1 = 0,015 Ω
Fuente 2
Voltaje generado: V2 = 24 VDC
Resistencia interna: R2 = 0,010 Ω
Carga
Resistencia: R = 0,3 Ω

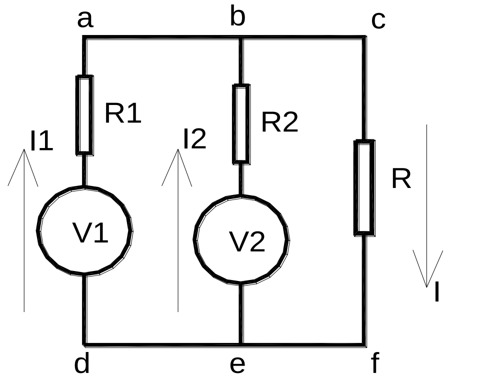


Fig. 3.7.8. Fuentes en paralelo

Como $V_{ad} = V_{be} = V_{cf}$ y, tras establecer el sentido de las intensidades indicado, se pueden establecer las ecuaciones siguientes:

$$V1 - I1\,R1 = I\,R \quad \text{o sea} \quad 24 - 0{,}015I1 = 0{,}3I\ ) \quad 2400 - 1{,}5I1 = 30I$$
$$V2 - I2\,R2 = I\,R \quad \text{o sea} \quad 24 - 0{,}010I2 = 0{,}3I\ ) \quad 2400 - I2 = 30I$$
$$I1 + I2 = I\ ) \qquad I1 + I2 = I$$

$$I = \frac{2400 - 30I}{1{,}5} + 2400 - 30I \qquad I = \frac{4000}{51} = 78{,}43\ A$$

Luego, la carga está consumiendo 78,43 A de ambas fuentes. Cada fuente entrega a la carga una intensidad de:

$\underline{I1} = 1600 - 20\ I = \underline{31{,}4\ A}$ $\qquad$ $I2 = 2400 - 30\ I = \underline{47{,}10\ A}$.

Nótese que la **fuente de menor resistencia interna entrega a la carga mayor intensidad que la fuente de mayor resistencia interna** y en una proporción que se corresponde entre las relaciones de las resistencias internas.

En efecto, como $R1 = 1{,}5R2$, ha resultado $I2 = 1{,}5\ I1$.
De haber sido $R2 = 2R1$, hubiera sido $I1 = 2\ I2$.

CASO B. Dos fuentes de alimentación de **diferente voltaje, siendo la de mayor voltaje de menor resistencia interna,** alimentando una misma carga, como puede ocurrir con el generador y la batería de un avión, con la batería descargada (resistencia interna alta).
Se tendrían los datos siguientes:

Fuente 1 (generador)
Voltaje generado: $V1 = 28$ VDC
Resistencia interna: $R1 = 0{,}010\ \Omega$
Fuente 2 (batería)
Voltaje generado: $V2 = 24$ VDC
Resistencia interna: $R2 = 0{,}020\ \Omega$
Carga
Resistencia: $R = 0{,}3\ \Omega$

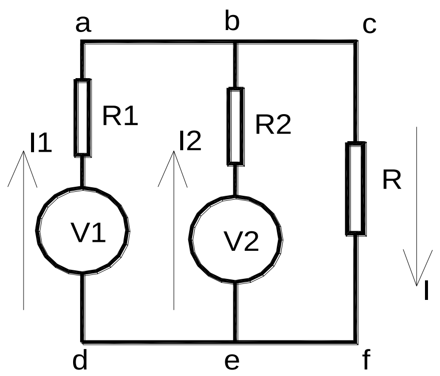


Fig. 3.7.8. Fuentes en paralelo

Como $V_{ad} = V_{be} = V_{cf}$ y, tras establecer el sentido de las intensidades indicado, se pueden establecer las ecuaciones siguientes:

$$V1 - I1\,R1 = I\,R \quad \text{o sea} \quad 28 - 0{,}01\ I1 = 0{,}3\ I\ ) \quad 2800 - I1 = 30\ I$$
$$V2 - I2\,R2 = I\,R \quad \text{o sea} \quad 24 - 0{,}02\ I2 = 0{,}3\ I\ ) \quad 2400 - 2\ I2 = 30\ I$$
$$I1 + I2 = I \qquad I1 + I2 = I$$

$$I = \frac{2400 - 30I}{2} + 2800 - 30I \qquad I = \frac{4000}{46} = 86{,}96\ A$$

Luego, la carga está consumiendo 86,96 A de ambas fuentes. Cada fuente entrega a la carga una intensidad de:

<u>I1</u> = 2800 – 30 I = 2800 – 30 x 86,96 = <u>191,2 A</u>
<u>I2</u> = 1200 – 15 I = 1200 – 15 x 86,96 = <u>– 104,4 A. (en sentido contrario al marcado)</u>

Lo que significa que de los 191,2 A que entrega el generador, 86,96 A son consumidos por la carga y 104,4 A son consumidos por la batería que esta siendo recargada.

Si se tratara de dos fuentes interconectadas en paralelo, que no han sido previamente ajustadas, **la fuente 2 está recibiendo energía innecesaria de la fuente 1**, luego se está produciendo un gasto inútil.

<u>CAS0 C.</u> Dos fuentes de alimentación de **igual voltaje, con la misma resistencia interna**, alimentando una misma carga, como puede ocurrir cuando un avión se alimenta con dos generadores en paralelo.
Se dán los datos siguientes:

<u>Fuente 1 (generador 1)</u>
Voltaje generado: V1 = 12 VDC
Resistencia interna: R1 = 6 Ω
<u>Fuente 2 (generador 2)</u>
Voltaje generado: V2 = 12 VDC
Resistencia interna: R2 = 6 Ω
<u>Carga</u>
Resistencia: R = 6 Ω

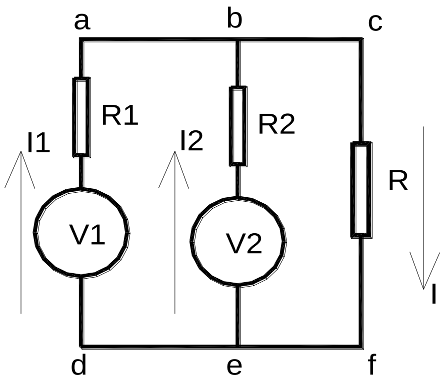


Fig. 3.7.8. Fuentes en paralelo

Se resolverá por el método de **superposición** consistente en sustituir cada fuente por su resistencia interna y resolver el circuito obtenido y, finalmente, sumar las intensidades obtenidas, o lo que es lo mismo, las intensidades del circuito 1 se obtienen mediante la suma algebráica de las intensidades obtenidas en los circuitos 2 y 3.

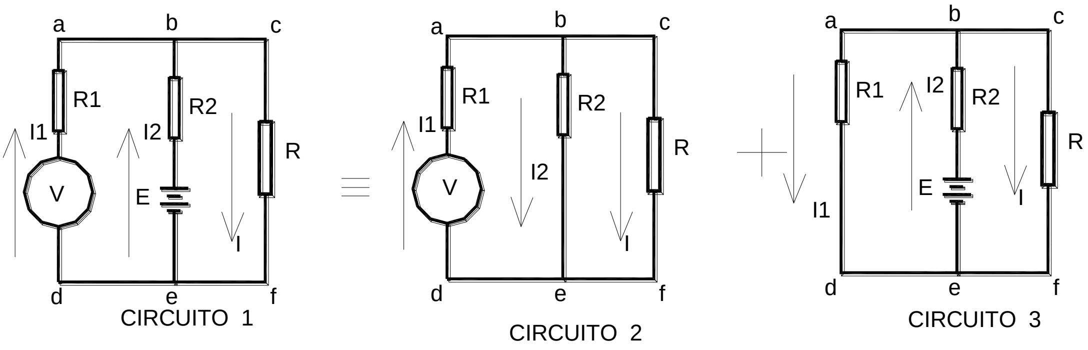


Fig. 7.9. Circuito con dos fuentes. Método de superposición

Circuito 2: $Re = R1 + \dfrac{R \cdot R2}{R + R2} = 6 + \dfrac{6 \cdot 6}{6 + 6} = 9{,}0\ \Omega$

$I1 = \dfrac{12}{9{,}0} = 1{,}33A$ Vad = 12 – 1,33 . 6 = 4,0 V.

$I2 = \dfrac{4{,}0}{6} = 0{,}66\ A$ I = 0,66 A

Circuito 3: $Re = R2 + \dfrac{R \cdot R1}{R + R1} = 6 + \dfrac{6 \cdot 6}{6 + 6} = 9{,}0\ \Omega$

$I2 = \dfrac{12}{9{,}0} = 1{,}33A$ Veb = 12 – 1,33 . 6 = 4,0 V.

$I1 = \dfrac{4{,}0}{6} = 0{,}66\ A$ I = 0,66 A

Sumando algebraicamente las intensidades halladas en los circuitos 2 y 3:

I1 = 1,33 – 0,66 = 0,66 A I2 = 1,33 – 0,66 = 0,66 A

I = 0,66 + 0,66 = 1,33 A

Lo que permite verificar que:

El generador 1 entrega a la carga 0,66 A.
El generador 2 entrega a la carga 0,66 A.

Lo que lleva a conclusión de que **dos generadores en paralelo, si son exactamente iguales, mismo voltaje generado, misma resistencia interna, entregan la misma cantidad de energía a la carga.**

7.6. FUNCIONAMIENTO Y UTILIZACION DE POTENCIOMETROS Y REOSTATOS.

Los potenciómetros y reostatos son resistencias variables que se introducen en los circuitos para producir un cambio de voltaje y de intensidad mediante un mando giratorio o un tornillo de ajuste. La figura 3.7.10 siguiente muestra un reostato típico.

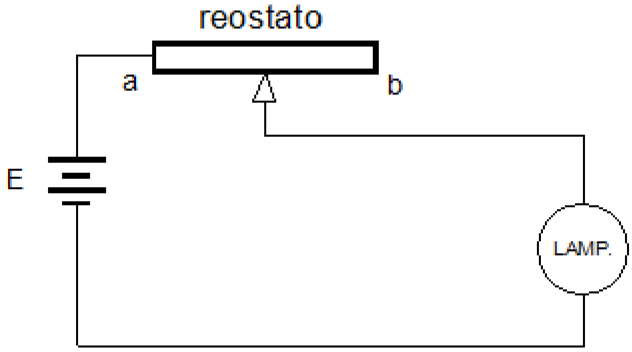


Fig. 3.7.10. Circuito con reostato

Cuando el cursor, mostrado en la figura 3.7.11. por la punta de flecha, se desplaza hacia a del reostato, disminuye el valor de la resistencia del conjunto, mientras que cuando el cursor se desplaza hacia b se incrementa el valor de la resistencia, produciéndose, en el primer caso, un incremento del valor de la intensidad del circuito y , en el segundo, una disminución de la intensidad. La lámpara iluminará más o menos cuando sea girado el mando del reostato.

Nótese que el reostato tiene dos terminales, uno conectado a un extremo del bobinado y el otro al cursor deslizante sobre el bobinado.

El reostato suele ser una resistencia bobinada de poco valor óhmico y alta intensidad utilizada para elevar o reducir la intensidad de corriente que circula por un circuito. En el manual de **Problemas resueltos** se muestra un ejemplo de utilización de un reostato para controlar la luminosidad de unas lámparas.

La figura siguiente muestra el conexionado de un potenciómetro.

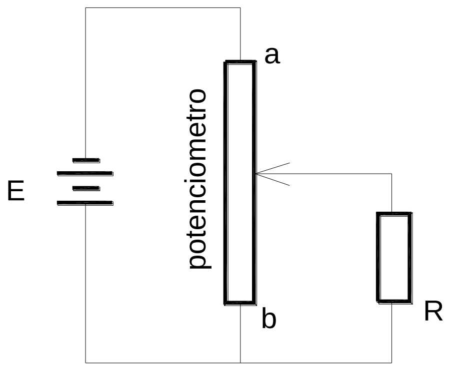


Fig. 3.7.11. Circuito con potenciómetro

Cuando el cursor se desplaza hacia a la P.D. existente entre los terminales de la carga R es superior a cuando se desplaza hacia b, de modo similar a lo ocurrido en el reostato.

El potenciómetro suele ser una resistencia de carbón, de alto valor óhmico, sobre la que se desplaza el cursor que hace variar el valor de la resistencia. Es habitual que el potenciómetro esté fabricado de modo que el cursor d.C. hasta diez vueltas para que el ajuste del potenciómetro sea más fino. Es importante resaltar que los potenciómetros son utilizables para muy bajos valores de intensidad de corriente, o para una resistencia R mucho mayor que la resistencia del potenciómetro en paralelo con R. Véase el ejemplo mostrado en el **Anexo 1**.

7.7. RESDES EN PI Y EN T O ESTRELLA – TRIANGULO.

Las redes en P.I y en T son un conjunto de resistencias interconectadas según se indica en la figura siguiente cuyo nombre se deriva de la forma de conexión.

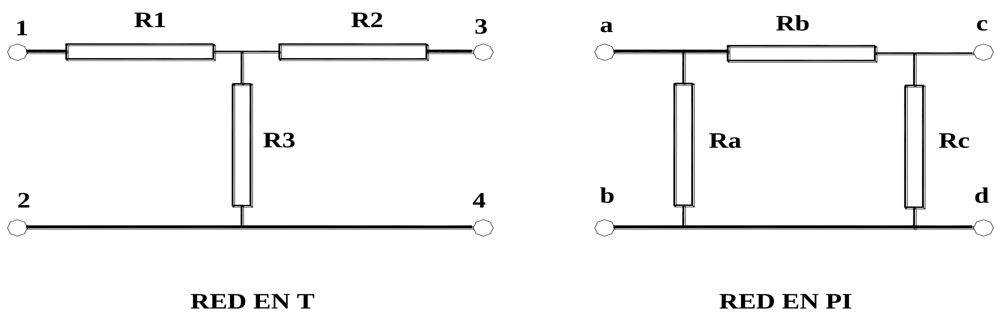


Fig. 3.7.12. Redes en P.D. Y en T

También se les conoce con el nombre de redes en Y en DELTA respectivamente, en ambos casos por similitud con esas figuras.

Equivalencia de las redes en T y en PI. Teniendo en cuenta el teorema que dice que en cualquier red, una estructura en T con tres elementos puede intercambiarse con una estructura en PI con tres elementos siempre y cuando la resistencia de la red vista desde cualquiera de los terminales en una estructura sea igual a la de la otra estructura vista desde los mismos terminales, considerando los restantes en circuito abierto, se tiene en los circuitos anteriores:

$$R1 = \frac{Rb\ Ra}{Ra + Rb + Rc.}$$

$$R2 = \frac{Rb\ Rc.}{Ra + Rb + Rc} \qquad R3 = \frac{Ra\ Rc}{Ra + Rb + Rc}$$

$$Ra = \frac{R1\,R2 + R2\,R3 + R1\,R3}{R2}$$

$$Rb = \frac{R1\,R2 + R2\,R3 + R1\,R3}{R3}$$

$$Rc = \frac{R1\,R2 + R2\,R3 + R1\,R3}{R1}$$

Para efectuar cualquier problema relacionado con esta transformación, es aconsejable utilizar el formato de esquema que se da en la figura 3.7.13 siguiente y aplicar la siguiente regla nemotécnica:

Para convertir de PI a T, cada resistencia de la red T es igual al producto de sus dos resistencias contiguas en la red PI dividido por la suma de las tres resistencias de la red PI.

Para convertir de T a PI, cada resistencia de la red PI es igual a la suma de los productos de las tres resistencias de la red T dividida por la resistencia de la red T que ocupa, gráficamente, la posición opuesta.

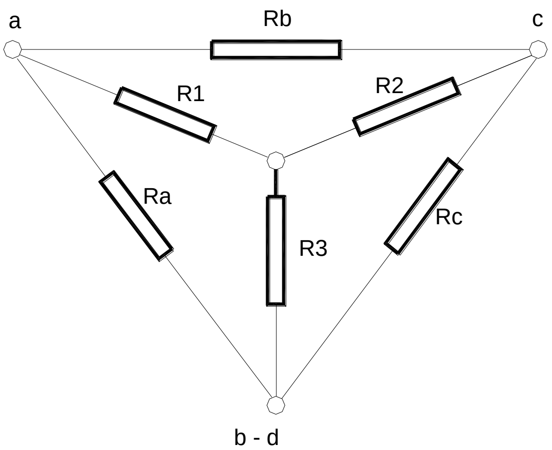


Fig. 3.7.13. Redes en Pí y en T superpuestas

Ejemplo 1.

Como ejemplo de aplicación, determinar la resistencia entre los puntos “a” y “d” del circuito de la figura siguiente.

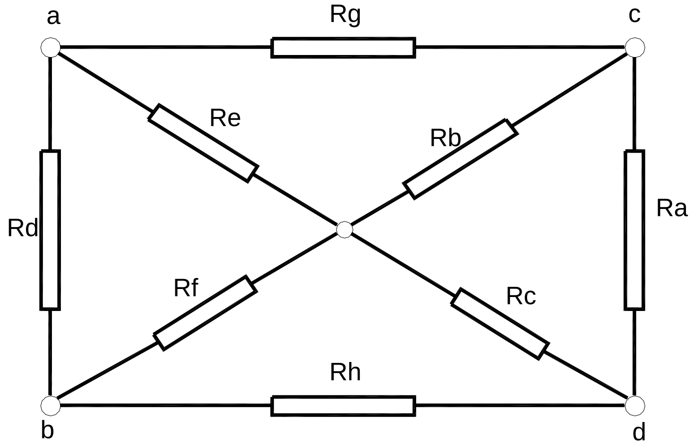


Fig. 3.7.14. 1ª Aplicación teoremas de Redes. Circuito general

teniendo las resistencias los valores siguientes:

Ra = 8 Ω	Rb = 20 Ω	Rc = 40 Ω
Rd = 6 Ω	Re = 20 Ω	Rf = 40 Ω
Rg = 10 Ω	Rh = 20 Ω	

Para ello, se puede iniciar la resolución del problema, hallando la equivalencia en PI del circuito en T formado por Ra, Rb y Rc, para obtener R1, R2 y R3 según el circuito equivalente de la figura 3.7.15:

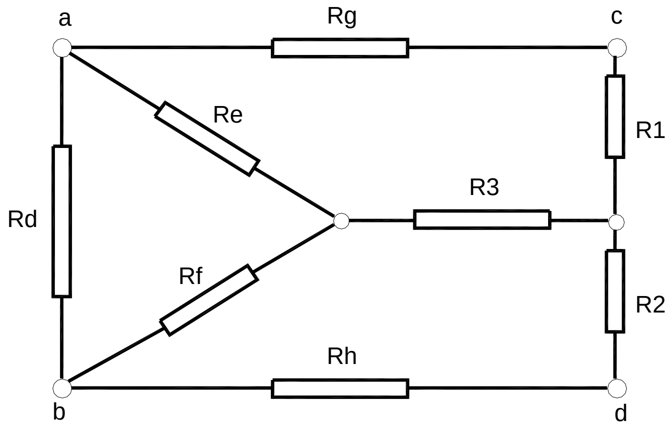


Fig. 3.7.15. 1ª Aplicación teoremas de Redes. Circuito equivalente 1º

$$R1 = \frac{Ra\ Rb}{Ra + Rb + Rc} = \frac{8 \times 20}{8 + 20 + 40} = 2{,}35\ \Omega$$

$$R2 = \frac{Ra\ Rc}{Ra + Rb + Rc} = \frac{8 \times 40}{8 + 20 + 40} = 4{,}7\ \Omega$$

$$R3 = \frac{Rb\ Rc}{Ra + Rb + Rc} = \frac{20 \times 40}{8 + 20 + 40} = 11{,}76\ \Omega$$

Ahora, se puede efectuar la misma operación con el circuito T formado por Rd, Re, Rf con lo que resultarían R4, R5 y R6 del segundo circuito equivalente, figura 3.7.16.

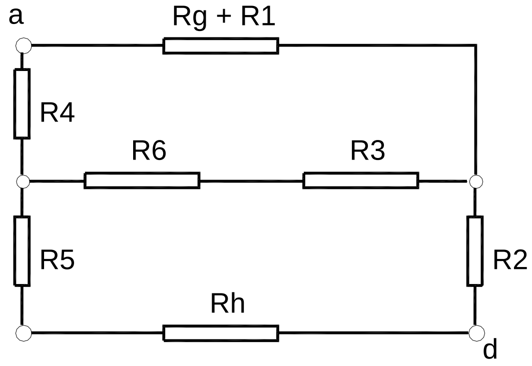


Fig. 3.7.16. 1ª Aplicación teoremas de Redes. Circuito equivalente 2º

$$R4 = \frac{Rd\ Re}{Rd + Re + Rf} = \frac{20 \times 6}{6 + 20 + 40} = 1{,}82\ \Omega$$

$$R5 = \frac{Rd\ Rf}{Rd + Re + Rf} = \frac{40 \times 6}{6 + 20 + 40} = 3{,}64\ \Omega$$

$$R6 = \frac{Re\ Rf}{Rd + Re + Rf} = \frac{40 \times 20}{6 + 20 + 40} = 12{,}1\ \Omega$$

Es complicado la resolución del circuito en T formado por las resistencias Rg+R1, R3+R6 y por R2, existente entre los puntos “a” y “d”, por lo que seria conveniente pasarlo a circuito en PI, obteniéndose el tercer circuito equivalente, figura 3.7.17, en el que los valores de las nuevas resistencias son

$$Rk = \frac{(Rg + R1)\,(R3 + R6) + (Rg + R1)\,R2 + R2\,(R3 + R6)}{R2} =$$

$$= \frac{12{,}35 \times 23{,}86 + 12{,}35 \times 4{,}7 + 4{,}7 \times 23{,}86}{4{,}7} = 99{,}0\ \Omega$$

$$Rm = \frac{(Rg + R1)\,(R3 + R6) + (Rg + R1)\,R2 + R2\,(R3 + R6)}{Rg + R1} =$$

$$= \frac{12{,}35 \times 23{,}86 + 12{,}35 \times 4{,}7 + 4{,}7 \times 23{,}86}{12{,}35} = 37{,}7\ \Omega$$

$$Rn = \frac{(Rg + R1)\,(R3 + R6) + (Rg + R1)\,R2 + R2\,(R3 + R6)}{R6 + R3} =$$

$$= \frac{12{,}35 \times 23{,}86 + 12{,}35 \times 4{,}7 + 4{,}7 \times 23{,}86}{23{,}86} = 19{,}5\ \Omega$$

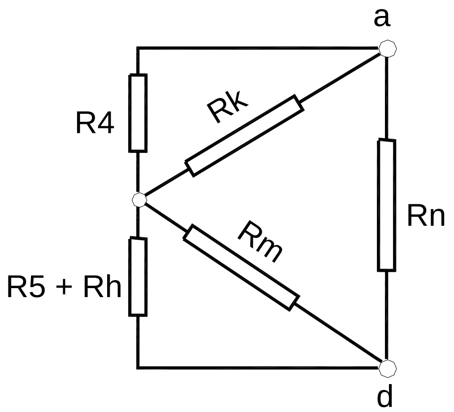


Fig. 3.7.17. 1ª Aplicación teoremas de Redes. Circuito equivalente 3º

y en el que se observa que Rk está en paralelo con R4 y que Rm está en paralelo con (R5+Rh), por lo que, resolviendo estos dos paralelos, queda el cuarto y último circuito equivalente, figura 3.7.18, en el que los valores de las resistencias equivalentes son:

$$Rk,R4 = \frac{Rk\ R4}{Rk + R4} = \frac{99 \times 1,82}{99 + 1,82} = 1,79\ \Omega$$

$$Rm,Rn+R5 = \frac{Rm\ (Rn + R5)}{Rm + Rn + R5} = \frac{23,64 \times 37,7}{23,64 + 37,7} = 14,53\ \Omega$$

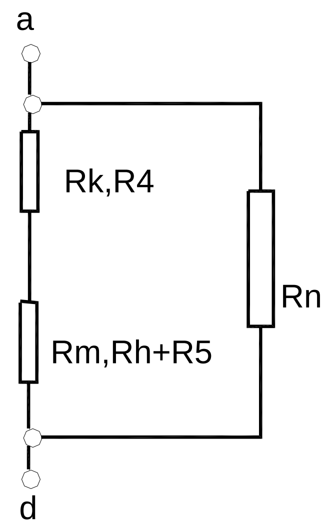


Fig. 3.7.18. 1ª Aplicación teoremas de Redes. Circuito equivalente 4º

La suma de estas dos resistencias, que están en serie, queda en paralelo con Rn, cuyo resultado es la resistencia Ra,d buscada:

$$1,79 + 14,53 = 16,32\ \Omega$$

$$Ra,d = \frac{16,32 \times 19,5}{17,32 + 19,5} = \underline{8,88\ \Omega}$$

Ejemplo 2

Si se deseara hallar la resistencia existente entre los puntos "a" y "c", se actuaría de modo similar, pero teniendo en cuenta que se ha de configurar el circuito desde estos puntos. Entonces, transformando el conjunto en PI formado por Ra, Rb, y Rc , al igual que en el caso anterior, figura 3.7.14, se hallarían R1, R2 y R3 con el primer circuito equivalente:

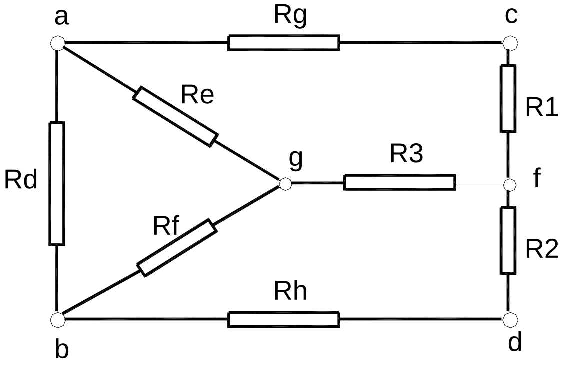


Fig. 3.7.19. 2ª Aplicación Teoremas de Redes. Circuito equivalente 1º

en el que el valor de las resistencias es el mismo calculado en el caso anterior, o sea:

R1 = 2,35 Ω R2 = 4,7 Ω R3 = 11,76 Ω

Ahora se repite el proceso con el circuito PI formado por Rd, Re y Rf obteniéndose el segundo circuito equivalente:

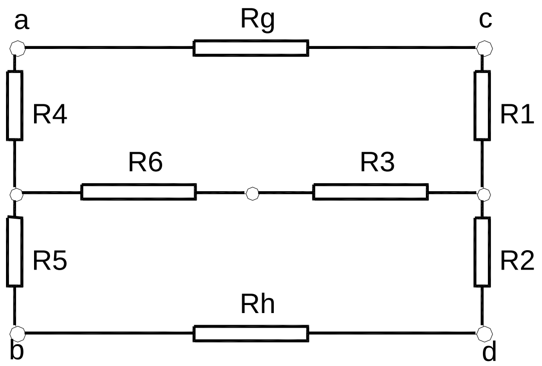


Fig. 3.7.20. 2ª Aplicación Teoremas de Redes. Circuito equivalente 2º

en el que los cálculos son los mismos que en el caso anterior, siendo:

R4 = 1,82 Ω R5 = 3,64 Ω R6 = 12,1 Ω

En este segundo circuito se aprecia claramente que quedan en serie R2, Rh y R5, en paralelo con la serie constituida por R3 y R6, por lo que resueltas estas combinaciones se obtiene el tercer circuito equivalente:

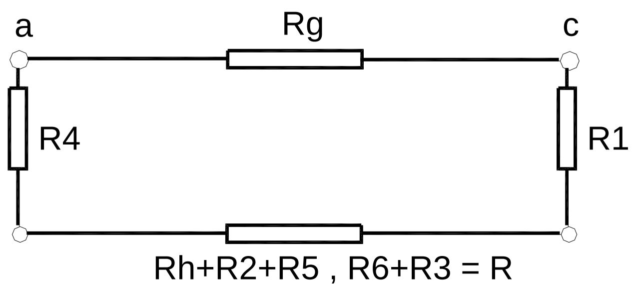


Fig. 3.7.21. 2ª Aplicación Teoremas de Redes. Circuito equivalente 3º

en el que:

$$R = \frac{(R3 + R6)\,(Rh + R2 + R5)}{R3 + R6 + Rh + R2 + R5} = 12{,}95\ \Omega$$

Y en que se aprecia que R queda en serie con R1 y R4 y la combinación de éstas en paralelo con Rg, por lo que la resistencia entre los puntos "a" y "c" a calcular sería:

$$Ra,c = \frac{(R4 + R + R1)\ Rg}{R4 + R + R1 + Rg} = \underline{6{,}31\ \Omega}$$

7.8. CIRCUITO PUENTE DE RESISTENCIAS.

Un circuito puente de resistencias es el que presenta la configuración dada en (A) o en (B) de la figura siguiente:

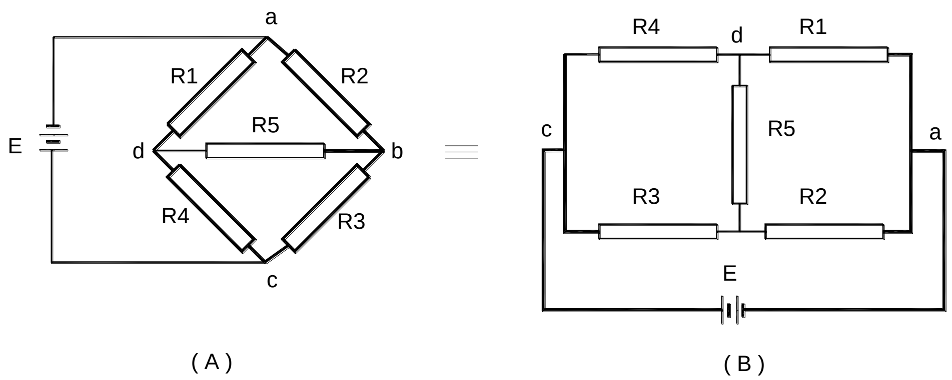


Fig. 3.7.22. Circuito Puente de Resistencias

En este circuito se aprecia que la resistencia R5 está compartida por los conjuntos R1, R2 y R3, R4 lo que dificulta su resolución. Se pueden aplicar varios métodos para resolver este circuito.

<u>El método más complejo</u> consiste en aplicar directamente las leyes de Ohm y de Kirchoff, ya estudiadas, formando sistemas de ecuaciones, o método de las mallas, como sigue:

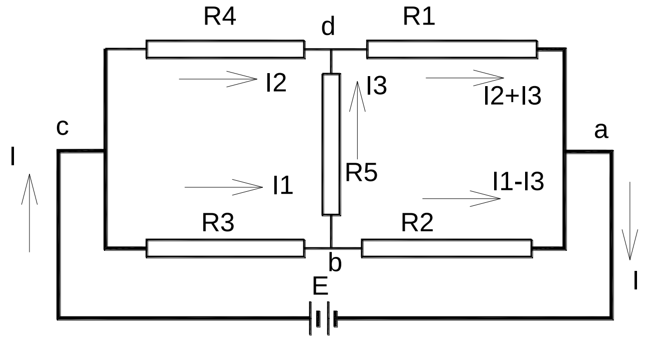


Fig. 3.7.23. Estudio puente de Resistencias. Método Sistema de Ecuaciones

Se hace, como corresponde, el sentido de la intensidad de corriente de positivo a negativo, se dice que el circuito consume una intensidad I , que en el punto <u>c</u> esta intensidad se divide en I1 e I2 y que la intensidad circula desde el punto <u>b</u> hasta el punto <u>d</u> . Tener en cuenta que, de ser en sentido contrario, se obtendría un valor negativo de I3.

Aplicando la primera ley de Kirchoff a varias ramas del circuito, se tiene:

Rama cba: $E = R3\ I1 + R2\ (I1 - I3)$
Rama cda: $E = R4\ I2 + R1\ (I2 + I3)$
Rama cbda: $E = R3\ I1 + R5\ I3 + R1\ (I2 + I3)$

Se tienen, pues, tres ecuaciones para obtener las tres incógnitas (I1 , I2, I3) presentadas. Una vez calculadas las intensidades, por simple aplicación de la ley de Ohm se pueden calcular caidas de tensiòn y resistencia total.

Ejemplo: Sean: R1= 50 Ω R2 = 40 Ω R3 = 60Ω R4 =30Ω R5=20 Ω y E = 100 V.

Aplicando las ecuaciones anteriores:

$$100 = 60\ I1 + 40\ (I1 - I3) \quad // \quad 100\ I1 - 40\ I3 = 100 \quad (1)$$
$$100 = 30\ I2 + 50\ (I2 + I3) \quad // \quad 80\ I2 + 50\ I3 = 100 \quad (2)$$
$$100 = 60\ I1 + 20\ I3 + 50\ (I2 + I3) \quad // \quad 60\ I1 + 50\ I2 + 70\ I3 = 100 \quad (3)$$

$$(1) \times 0,5 \quad = \quad 50\ I1 - 20\ I3 = 50$$
$$(2) \times 0,4 \quad = \quad 32\ I2 + 20\ I3 = 40$$
$$(3) \qquad 6\ I1 + 5\ I2 + 7\ I3 = 10$$

sumando (1) y (2): $50\ I1 + 32\ I2 = 90$ luego $I2 = \dfrac{90 - 50\ I1}{32}$ (4)

y despejando I3 en (1) : $I3 = \dfrac{10\ I1 - 10}{4}$ (5)

sustituyendo en (3) los valores de I2 e I3 hallados:

$$6\,I1 + \frac{5\,(90 - 50\,I1)}{32} + \frac{7\,(10\,I1 - 10)}{4} = 10 \qquad (6)$$

resolviendo la ecuación (6):

$$192\,I1 + 450 - 250\,I1 + 560\,I1 - 560 = 320 \qquad \underline{I1 = 0{,}85657\ A}$$

sustituyendo el valor de I1 hallado en (4) y en (5):

$$I2 = \frac{90 - 50.\ 085657}{32} \qquad \underline{I2 = 1{,}47411\ A}$$

$$I3 = \frac{10 \times 0{,}85657 - 10}{4} \qquad \underline{I3 = -\ 0{,}35858\ A}$$

lo que indica que I3 circula en sentido contrario al estimado en el origen del ejercicio. La solución se muestra en la figura 3.7.24.

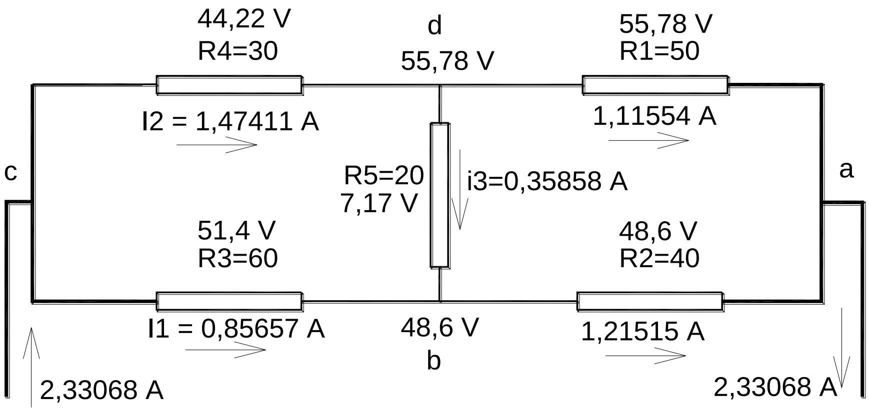


Fig. 3.7.24. Solución Puente de Resistencias. Sistemas de Ecuaciones

El alumno verificará la exactitud de los datos expuestos en la figura 3.7.24 y no resueltos específicamente en el problema. Nótese que I3 debe circular en el sentido marcado, de mayor a menor potencial.

<u>El segundo método para resolver el puente de resistencias</u> consiste en aplicar la equivalencia de redes en Pi y en T al conjunto de las resistencias R3, R4 y R5 formando el esquema mostrado en (B) de la figura 3.7.26 siguiente:

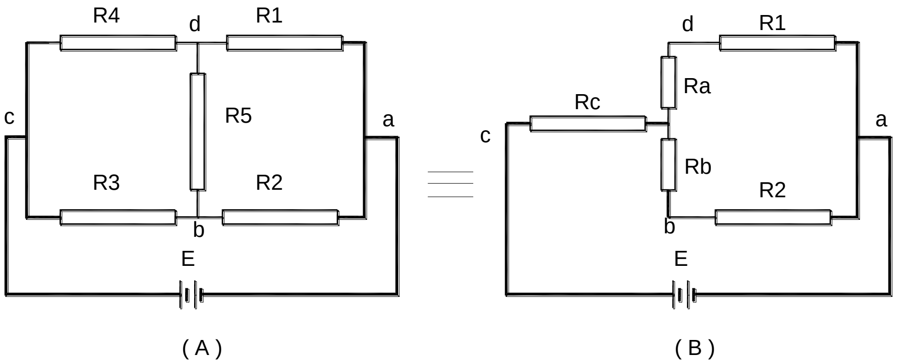


Fig. 3.7.25. Estudio 1º puente de Resistencias. Teorema de Redes

En (B) de la figura 3.7.26 anterior se pueden obtener los valores de las resistencias Ra, Rb y Rc aplicando las fórmulas conocidas:

$$Ra = \frac{R4 \times R5}{R3 + R4 + R5} \qquad Rb = \frac{R3 \times R5}{R3 + R4 + R5} \qquad Rc = \frac{R3 \times R4}{R3 + R4 + R5}$$

En el circuito resultante, mostrado en (B) de la figura 3.7.25, se aprecia que las resistencias R1 y Ra están serie al igual que las resistencias R2 y Rb, quedando el circuito de la figura 3.7.26:

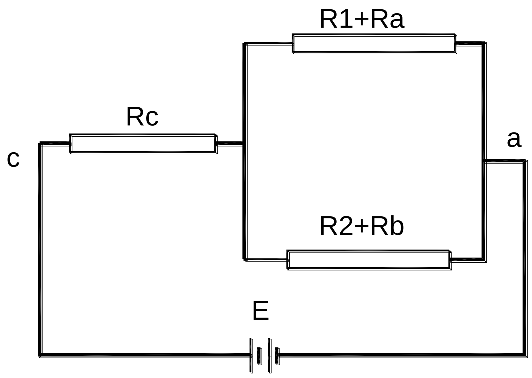


Fig. 3.7.26. Solución 1º puente de Resistencias. Teorema de Redes.
Circuito equivalente primero.

que se resuelve calculando la resultante en paralelo de (R1 + Ra) con (R2 + Rb) y sumando a Rc la resultante obtenida.

Mediante este método y con los mismos valores aplicados al método por sistema de ecuaciones, se tendría:

R1= 50 Ω , R2 = 40 Ω, R3 = 60Ω, R4 =30Ω, R5=20 Ω , y E = 100 V.

$$Ra = \frac{R4 \times R5}{R3 + R4 + R5} = \frac{30 \times 20}{60 + 30 + 20} = 5{,}4545 \text{ ohm}$$

$$Rb = \frac{R3 \times R5}{R3 + R4 + R5} = \frac{60 \times 20}{60 + 30 + 20} = 10{,}9090 \text{ ohm}$$

$$Rc = \frac{R4 \times R3}{R3 + R4 + R5} = \frac{30 \times 60}{60 + 30 + 20} = 16{,}3636 \text{ ohm}$$

$R1 + Ra = 50 + 5{,}4545 = 55{,}4545$ y $R2 + Rb = 40 + 10{,}909 = 50{,}909$

$$R \text{ paralelo} = \frac{55{,}4545 \times 50{,}909}{55{,}4545 + 50{,}909} = 26{,}5523 \text{ 0hm}$$

La resistencia total será: $Rc + R \text{ paralelo} = 16{,}3636 + 26{,}5523 = 42{,}9059$

Y la intensidad total será: $I = \frac{E}{R} = \frac{100}{42{,}9059} = 2{,}33068$ A.

A partir de este punto, se calculan las caídas de tensión en las resistencias del circuito de la figura 7.27.

$$V_{Rc} = I \cdot Rc = 2{,}33068 \cdot 16{,}3636 = 38{,}13 \text{ V.}$$
$$V_{Rparalelo} = I \cdot Rparalelo = 2{,}33068 \cdot 26{,}5523 = 61{,}88 \text{ V.}$$

Necesario para obtener las intensidades que pasan por la rama paralelo y que ya son soluciones pues la intensidad que pasa por la rama R1 + Ra es la que pasa por R1 del circuito original y la que pasa por la rama R2 + Rb es la que pasa por R2 del circuito original.

Utilizando las notaciones originales:

Intensidad en R1 : $I2 + I3 = \frac{V_{Rparalelo}}{R1 + Ra} = \frac{61{,}88}{55{,}4545} = 1{,}1158$ A

Intensidad en R2 : $I1 - I3 = \frac{V_{Rparalelo}}{R2 + Rb} = \frac{61{,}88}{50{,}909} = 1{,}2156$ A

Ahora se calculan las caídas de tensión en R1 y en R2:

$$V_{R1} = (I2 + I3)\, R1 = 1{,}2156 \times 40 = 55{,}79 \text{ V.}$$

$$V_{R2} = (I1 – I3)\, R2 = 1{,}1158 \times 50 = 48{,}62 \text{ V.}$$

Con estos datos, aplicados al circuito de la figura 3.7.25 A), que es igual al de la figura 3.7.27 siguiente, se pueden calcular el resto de los parámetros:

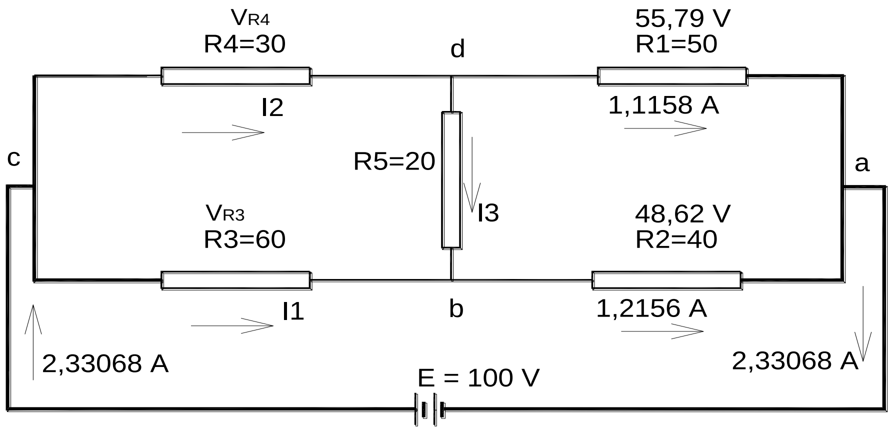


Fig. 3.7.27. Solución 1º Puente de Resistencias. Teorema de Redes

$V_{R3} = E - V_{R2} = 100 – 48,62 = 51,38$ V.

$V_{R4} = E - V_{R1} = 100 – 55,79 = 44,21$ V.

$$I2 = \frac{V_{R4}}{R4} = \frac{44,21}{30} = 1,4736 \text{ A}$$

$I1 = I – I2 = 2,33068 – 1,4736 = 0,857$ A

$I3 = I2 – 1,1158 = 1,4736 – 1,1158 = 0,3578$ A

$V_{R5} = (E - V_{R4}) – (E - V_{R3}) = (100 – 44,21) – (100 – 51,38) = 7,17$ V.

Como $(E - V_{R4}) > (E - V_{R3})$ la intensidad I3 circula en el sentido marcado.

Resultados coincidentes con los obtenidos por el método de los sistemas de ecuaciones.

También se podría solucionar aplicando la equivalencia Pi – T al grupo de resistencias R1 R2 y R5, quedando el circuito de la figura 3.7.28.

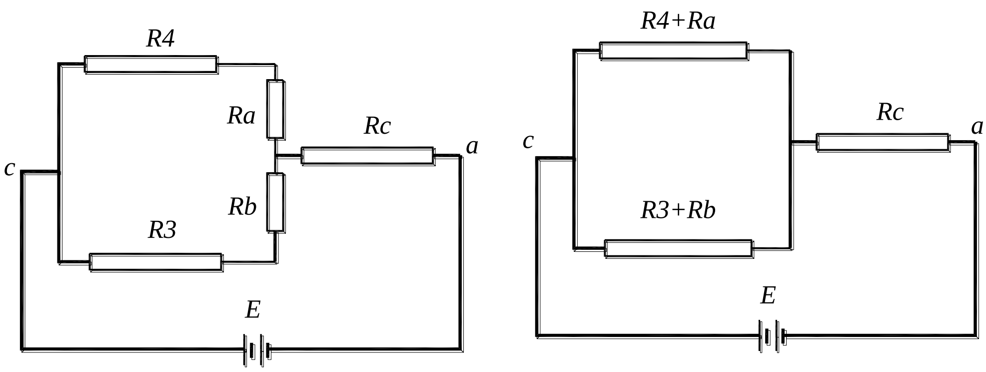


Fig. 3.7.28. Solución 2ª puente de Resistencias. Teorema de Redes

Mediante este procedimiento se obtendrán los mismos resultados que con los dos anteriores.

R1= 50 Ω , R2 = 40 Ω, R3 = 60Ω, R4 =30Ω, R5=20 Ω , y E = 100 V.

$$Ra = \frac{R1 \times R5}{R1 + R2 + R5} = \frac{50 \times 20}{50 + 40 + 20} = 9{,}0909 \text{ ohm}$$

$$Rb = \frac{R2 \times R5}{R1 + R2 + R5} = \frac{40 \times 20}{50 + 40 + 20} = 7{,}2727 \text{ ohm}$$

$$Rc = \frac{R1 \times R2}{R1 + R2 + R5} = \frac{50 \times 40}{50 + 40 + 20} = 18{,}1818 \text{ ohm}$$

R4 + Ra = 30 + 9,0909 = 39,0909 y R3 + Rb = 60 + 7,2727 = 67,2727

$$R \text{ paralelo} = \frac{39{,}0909 \times 67{,}2727}{39{,}0909 + 67{,}2727} = 24{,}7241 \text{ 0hm}$$

La resistencia total será: Rc + R paralelo = 18,1818 + 24,7241 = 42, 9059

Y la intensidad total será: $I = \frac{E}{R} = \frac{100}{42{,}9059} = 2{,}33068 \text{ A.}$

A partir de este punto, se calculan las caídas de tensión en las resistencias del circuito de la figura 7.28.

V_{Rc} = I . Rc = 2,33068 . 18,1818 = 42,38 V.

$V_{Rparalelo}$ = I . Rparalelo = 2,33068 .24,7241 = 57,62 V.

Resultado correcto pues 42,38 + 57,62 = 100 V (1ª Ley de Kirchoff)

Necesario para obtener las intensidades que pasan por la rama paralelo y que ya son soluciones pues la intensidad que pasa por la rama R4 + Ra es la que pasa por R4 del circuito original y la que pasa por la rama R3 + Rb es la que pasa por R3 del circuito original.
Utilizando las notaciones originales:

Intensidad en R4 : $$I2 = \frac{V_{Rparalelo}}{R4 + Ra} = \frac{57,62}{39,0909} = 1,474 \text{ A}$$

Intensidad en R3 : $$I1 = \frac{V_{Rparalelo}}{R3 + Rb} = \frac{57,62}{67,2727} = 0,856 \text{ A}$$

Resultado correcto, pues ha de ser I = I1 + I2

Ahora se calculan las caídas de tensión en R4 y en R3:

$$V_{R4} = I2 \,.\, R4 = 1,474 \times 30 = 44,22 \text{ V.}$$

$$V_{R3} = I1 \,.\, R2 = 0,856 \times 60 = 51,39 \text{ V.}$$

Con estos datos, aplicados al circuito de la figura 3.7.25A, que es igual al de la figura 3.7.29 siguiente, se pueden calcular el resto de los parámetros.

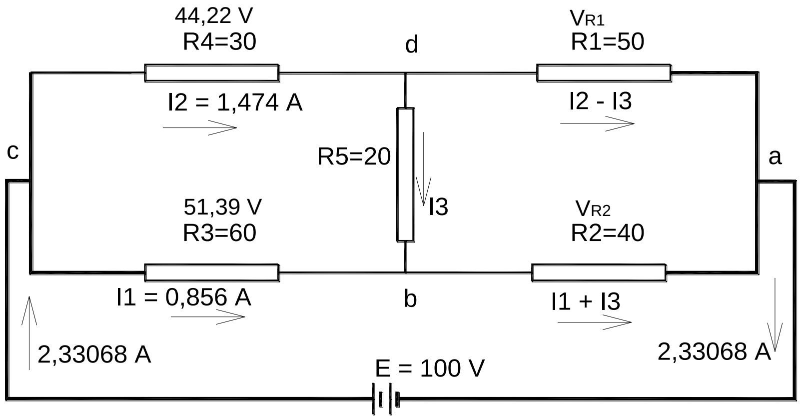


Fig. 3.7.29. Solución 2ª Puente de Resistencias. Teorema de Redes

$$V_{R1} = E - V_{R4} = 100 – 44,22 = 55,78 \text{ V.}$$

$$V_{R2} = E - V_{R3} = 100 – 51,39 = 48,61 \text{ V.}$$

$$V_{R5} = (E - V_{R4}) – (E - V_{R3}) = (100 – 44,22) – (100 – 51,39) = 7,17 \text{ V.}$$

$$I3 = \frac{V_{R5}}{R5} = \frac{7,17}{20} = 0,3578 \text{ A}$$

$$I2 - I3 = 1{,}4736 - 0{,}3578 = 1{,}116 \text{ A}$$

$$I1 + I3 = 0{,}856 + 0{,}3578 = 1{,}214 \text{ A.}$$

Resultados coincidentes, excepto en los últimos decimales, con los obtenidos en los casos anteriores.

Un tercer método para la resolución del circuito puente de resistencias consiste en la aplicación del Teorema de Thevenin a ese circuito. Este método se verá en el apartado 7.14 de este capítulo

7.9. FUNCIONAMIENTO DEL PUENTE DE WHEASTONE.

El puente de Wheastone consiste en el esquema de la figura siguiente:

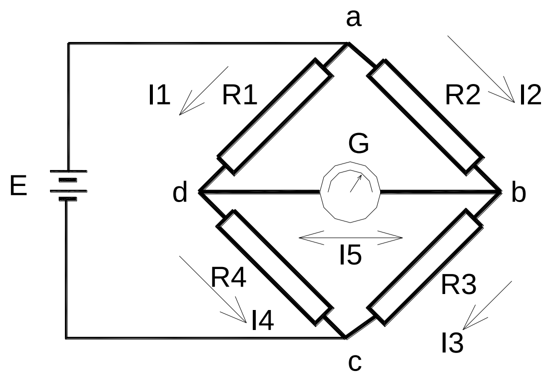


Fig. 3.7.30. Puente de Wheastone

Como se puede ver, se trata de un Puente de Resistencias en el que la resistencia R5 ha sido sustituida por un amperímetro, G, que medirá la intensidad de corriente que circule por la rama bd, o voltímetro que mida la ddp entre los puntos "b" y "d".

Cuando el puente está equilibrado, no circula intensidad por la rama bd , o sea $I5 = 0$ porque $Vb = Vd$, en cuyo caso se cumple:

$$I2R2 = I1R1 \qquad (1)$$

Ya que el potencial en los puntos b y d es el mismo.

Por lo tanto: $I1 = I4$ e $I2 = I3$

$$I2\,R3 = I1R4 \qquad (2)$$

Dividiendo (1) entre (2) :

$$\frac{I2\ R2}{I2\ R3} = \frac{I1\ R1}{I1\ R4} \quad \text{o sea} \quad \frac{\mathbf{R2}}{\mathbf{R3}} = \frac{\mathbf{R1}}{\mathbf{R4}}$$

Que es la fórmula fundamental para las aplicaciones del Puente de Wheastone, o la **condición que debe ocurrir para decir que el puente está equilibrado.**

La primera aplicación del Puente de Wheastone es la de determinar el valor de una resistencia desconocida. En efecto, aplicando la fórmula anterior al circuito de la figura siguiente, en el que se ha sustituido una resistencia por un potenciómetro y es desconocida otra de las resistencias:

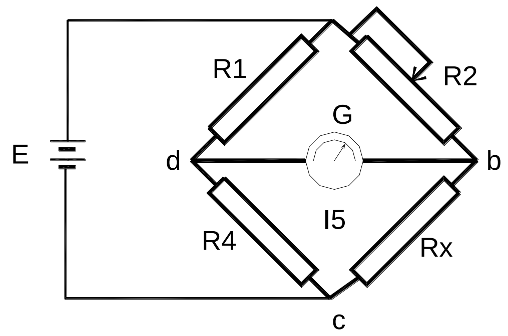


Fig. 3.7.31. 1ª Aplicación Puente de Wheastone

se tiene: R1 Rx = R2 R4

o sea:
$$Rx = \frac{R2\ R4}{R1} \qquad \text{y si se hace} \quad R1 = R4$$

$$Rx = R2$$

O lo que es igual, la resistencia desconocida tiene el valor del potenciómetro, en la posición de éste en la que no circula corriente por el galvanómetro.

Otra aplicación del Puente de Wheastone es la de determinar la longitud de un cable de dos hilos, o la distancia a la que se ha producido un cortocircuito en un cable de dos hilos, para lo que se puede emplear el circuito de la figura 3.7.32 siguiente:

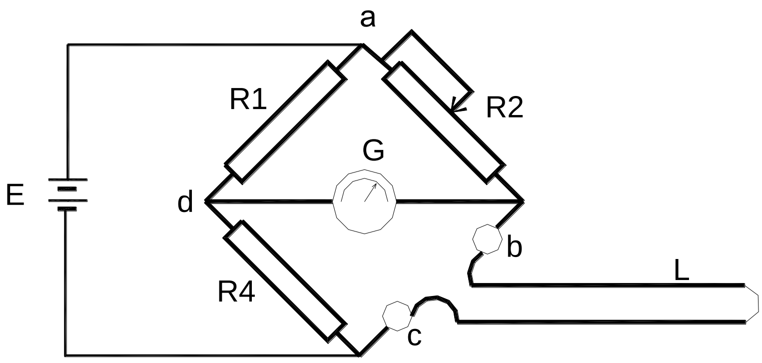


Fig. 3.7.32. 2ª Aplicación Puente de Wheastone

Se conecta un extremo de cada hilo del cable a los terminales c y b del Puente y se cortocircuita el otro extremo del cable, se ajusta el potenciómetro R2 hasta que el galvanómetro marque cero amperios. En ese instante, se sabe que:

$$R1\ Rx = R2\ R4 \quad \text{o sea} \quad Rx = \frac{R2\ R4}{R1}$$

Y se sabe que

$$Rx = \rho \frac{L}{S}$$

Por lo que, conocida la resistencia del cable, su sección en milímetros cuadrados y su coeficiente de resistividad o resistencia específica, se puede determinar su longitud, habida cuenta que el dato obtenido es el doble de la longitud del cable.

Este mismo procedimiento se puede utilizar para determinar en qué punto de un cable bifilar, que se sabe está en cortocircuito, está el cortocircuito.

7.10. FABRICACION DEL PUENTE DE WHEASTONE.

Una aplicación típica del puente de Wheastone es la fabricación del termómetro de temperatura del aire que equipan numerosos aviones, consistente en tres elementos (resistencias fijas) montados en la carcasa del instrumento y de un cuarto elemento (resistencia variable o sensor) montado en el punto en que sea factible la medida de la temperatura. Este cuarto elemento es, realmente, un bulbo de temperatura de aspecto similar al de la figura 3.7.33 siguiente.

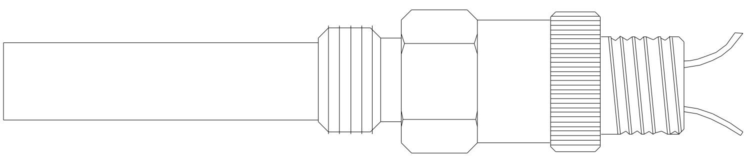


Fig. 3.7.33. Bulbo de resistencia sensor de temperatura

El bulbo de temperatura se interconecta con las tres resistencias fijas como se muestra en la figura 3.7.34 siguiente.

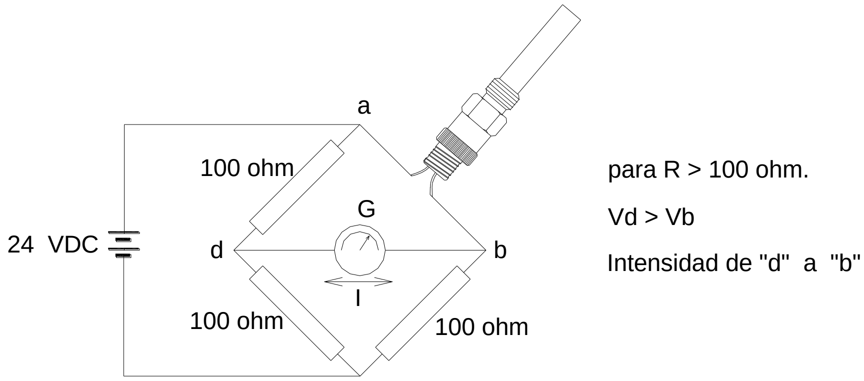


Fig. 3.7.34. Puente de Wheastone medidor de temperatura

Recordando el principio de funcionamiento del Puente de Wheastone, se sabe que cuando la resistencia del bulbo sea de 100 ohmios el puente estará equilibrado y no circulará corriente eléctrica por el miliamperímetro, brazo “db”. Cuando la resistencia del bulbo sea superior a 100 ohmios, el puente estará desequilibrado y se presentará un decremento de corriente hacia el punto “b”, un incremento hacia el punto “d” y una circulación de corriente del punto “d” al punto “b” haciendo que la aguja se mueva hacia la derecha. Recíprocamente, cuando la resistencia del bulbo sea inferior a 100 ohmios, la intensidad de corriente circulará de “b” a “d” y la aguja se moverá hacia la izquierda. Si se cambia la carátula del miliamperímetro por otra calibrada en grados centígrados, tras los cálculos correspondientes con la ayuda del gráfico de resistencia – temperatura dado en la figura 3.7.35, se muestra la temperatura que mide el bulbo.

El bulbo se monta en el lugar donde se desee medir la temperatura y se cubre con material metálico que conduzca el calor muy rápidamente, de modo que la temperatura que se esté midiendo sea la del instante que se efectúa la lectura. Ese bulbo se interconecta con el puente mediante hilo que se introduce en un material aislante para evitar que se produzcan alteraciones en al corriente medida.

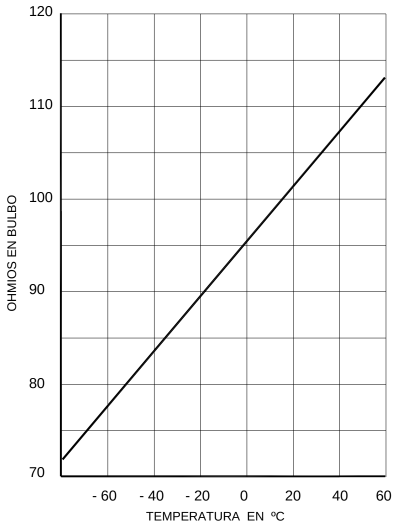


Fig. 3.7.35. Gráfico temperatura – resistencia del bulbo.

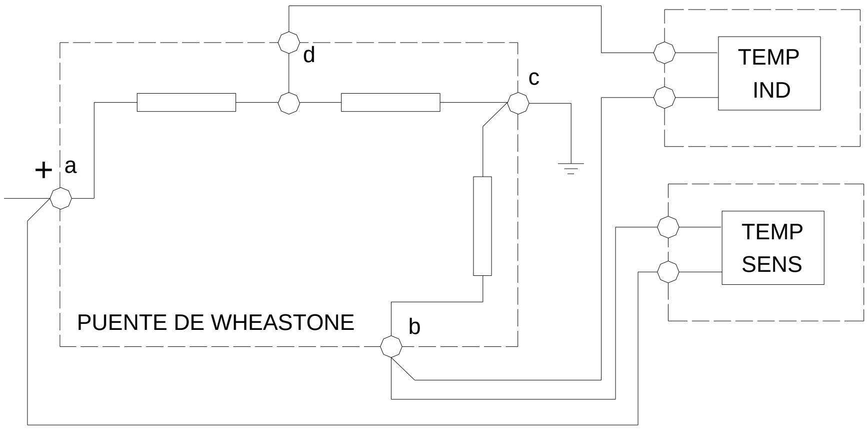


Fig. 3.7.36. Conexionado de puente de Wheastone en climatización

7.11. SHUNT.

Se conoce con el nombre de SHUNT (paralelo) al conjunto formado por una pletina de cobre de unos 10 cm. de longitud y unos 2 cm de espesor (muy baja resistencia y gran capacidad de corriente) a la que se conectan, de un lado el cable de alimentación del sistema eléctrico de la aeronave y, de otro, una resistencia de alto valor óhmico y un amperímetro, tales que la resistencia puede ser del orden de 1000 veces superior a la resistencia de la pletina de cobre. La figura 3.7.37 muestra una idea de un shunt.

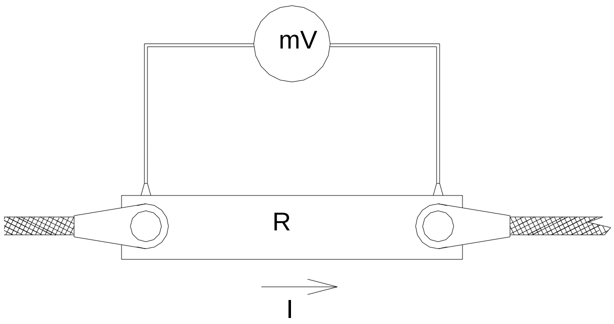


Fig. 3.7.37 Shunt

Si por R circula una intensidad I, el voltaje marcado por el milivoltímetro será:

$$mV = I\,R$$

como quiera que R es de valor muy pequeño (miliohmios), el producto de amperios por miliohmios dá milivoltios. Supóngase que la resistencia del shunt es de 1 miliohmios. Cuando por el shunt circulen 200 A., el milivoltímetro estará marcando 200 milivoltios.

Esto indica que un milivoltímetro (aparato de bajo costo) puede medir intensidades altas de corriente instalándolo de esta manera.

7.12. DIVISOR DE VOLTAJE.

Se presenta a veces el problema de tener que alimentar un receptor con una tensión, V, menor que la producida por la fuente, E, como se ve en la figura 3.7.38. Cuando la potencia del receptor es pequeña, se puede solucionar intercalando en serie una resistencia, Rx, entre el generador y el receptor, tal que en ella se produzca una caída de tensión igual a la diferencia entre la tensión del generador y la necesaria para el receptor,.

El valor de esta resistencia será: $$Rx = \frac{E - V}{I}$$

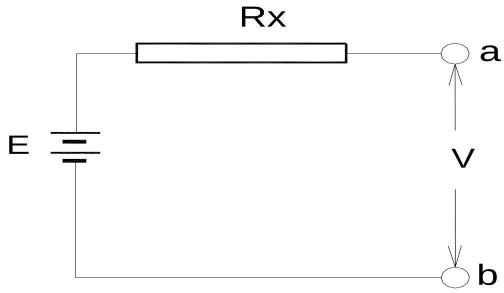


Fig. 3.7.38 Divisor de voltaje

En el circuito de la figura 3.7.39 siguiente se muestra un divisor de tres salidas. En él se puede apreciar que si se considera el sentido de la corriente de negativo a positivo, el punto d sería más negativo que el punto c y, a su vez, el, punto c más negativo que el punto b y éste más negativo que el punto a. En el caso de considerar el sentido de la corriente de positivo a negativo, ocurriría que el punto a sería más positivo que el punto b, que éste sería más positivo que c y que, finalmente, el punto c sería más positivo que el punto d, resultando los mismos signos en un caso que en otro.

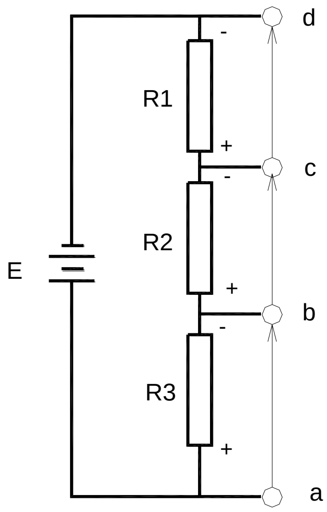


Fig. 3.7.39 Divisor de voltaje de tres salidas

En este circuito: $$I = \frac{E}{R1 + R2 + R3}$$

$$V1 = I\,R1 = \frac{E\,R1}{R1 + R2 + R3} \quad \text{o sea} \quad V1 = E\,\frac{R1}{R1 + R2 + R3}$$

por la misma razón $$V2 = E\,\frac{R2}{R1 + R2 + R3} \qquad V3 = E\,\frac{R3}{R1 + R2 + R3}$$

Y se define como: “en un divisor de tensión, la salida de cada resistencia es igual al producto de la tensión del generador por el cociente entre la resistencia de salida y la resistencia total del circuito”.

Un divisor de tensión es un procedimiento caro para conseguir el voltaje preciso en un punto determinado, puesto que esa resistencia en serie esta consumiendo una energía o potencia que no se aprovecha para nada. De aquí que este sistema se utilice solo en caso de pequeños consumos. De otro lado, el diseño de las características de un divisor de tensión exige se verifique que el receptor a alimentar **no carga** al divisor pues, en caso contrario, se producirán tales alteraciones en los voltajes conseguidos en el divisor que no serán utilizables. Véase, en el **Anexo 1**, ejemplos determinantes de este problema.

7.13. TEOREMA DE THEVENIN.

El teorema de Thevenin se expresa de la manera siguiente:

“La corriente que circula por una carga conectada a los terminales de una red es igual que si esa carga estuviera conectada a una fuente de tensión constante de valor el medido, a circuito abierto, entre los terminales de la red y con una impedancia igual a la medida entre los mismos terminales sustituyendo las fuentes existentes por sus resistencias internas.”

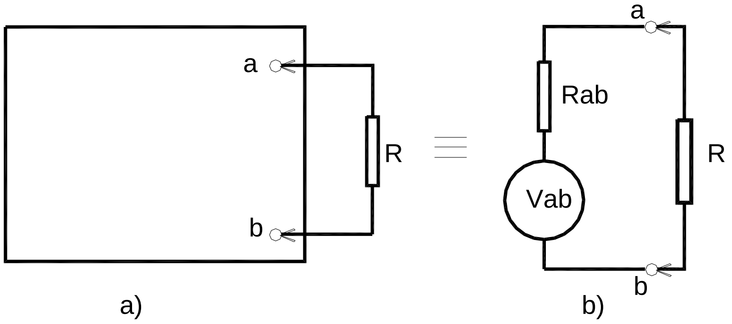


Fig. 3.7.40 Teorema de Thevenin

El teorema se puede probar demostrando que la intensidad de corriente en R del circuito a) de la figura 3.7.40 es la misma que la que circula por su circuito equivalente b) de la misma figura.

Para ello, consideremos los circuitos a) y b) de la figura 7.41 siguiente:

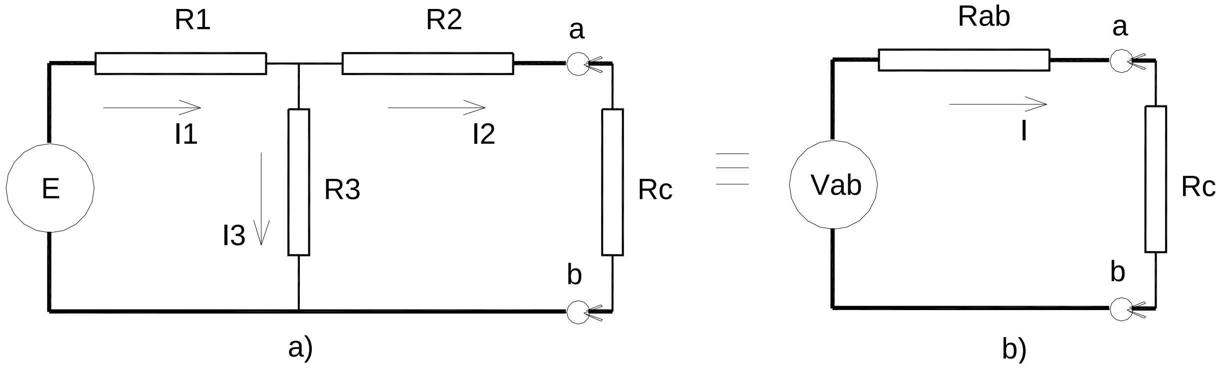


Fig. 3.7.41 Demostración del Teorema de Thevenin. Circuito general

Se supone que la resistencia interna de la fuente, E , es cero.
La intensidad de corriente que circularía por Rc sería I2.

Calculando en a) de la figura 7.41 anterior:

$$I3\ R3 = I2\ (R2 + Rc) \qquad I3 = \frac{I2\ (R2 + Rc)}{R3}$$

De acuerdo con la 2ª Ley de Kirchoff:

$$I1 = I2 + I3 = I2 + \frac{I2\ (R2 + Rc)}{R3}$$

$$I1\ R3 = I2\ (R2 + R3 + Rc)$$ y despejando I2

$$I2 = I1 \frac{R3}{R2 + R3 + Rc} \qquad (1)$$

La intensidad que da la fuente, E , vale:

$$I1 = \frac{E}{R1 + \dfrac{R3\ (R2 + Rc)}{R3 + R2 + Rc}} = \frac{E}{\dfrac{R1R3 + R1R2 + R1Rc + R2R3 + R3Rc}{R3 + R2 + Rc}}$$

Sustituyendo este valor de I1 obtenido en (1):

$$I2 = \frac{E}{\dfrac{R1R3 + R1R2 + R1Rc + R2R3 + R3Rc}{R3 + R2 + Rc}} \times \frac{R3}{R3 + R2 + Rc}$$

$$I2 = \frac{E\,R3}{R1R2 + R2R3 + R1R3 + Rc\,(R1 + R3)}$$

A continuación, se calculan los valores de Rab y de Vab, en los circuitos a) y b) respectivamente de la figura 7.42 siguiente:

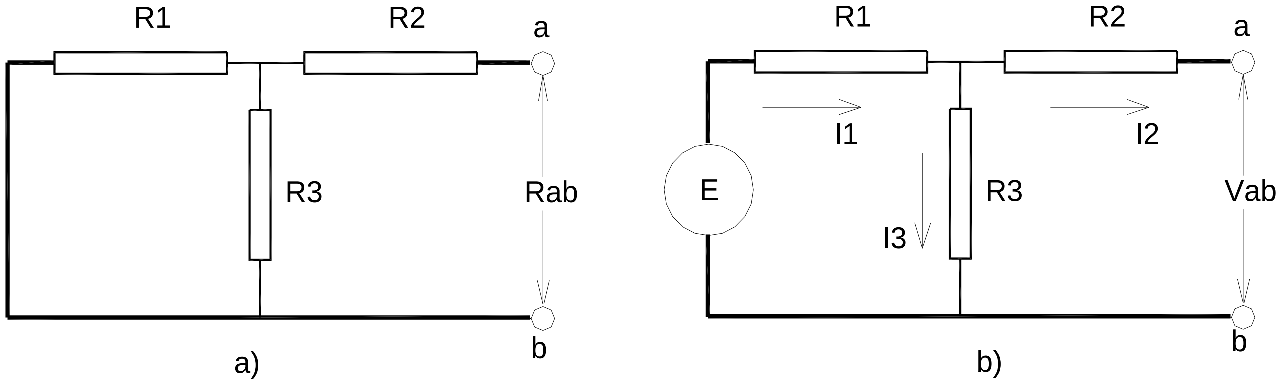


Fig. 3.7.42 Demostración del Teorema de Thevenin. Circuito equivalente 1º

En a) se tiene:

$$Rab = R2 + \frac{R1\,R3}{R1 + R3} = \frac{R1R2 + R2R3 + R1R3}{R1 + R3} \quad (2)$$

Y en b) se tiene:

$$I = \frac{E}{R1 + R3} \qquad Vab = I\,R3 = \frac{E\,R3}{R1 + R3} \quad (3)$$

Si ahora se conecta la resistencia Rc entre los terminales a y b se tiene:

$$I = \frac{Vab}{Rab + Rc}$$

Y sustituyendo los valores de Rab y Vab obtenidos en (2) y (3)

$$I = \frac{\dfrac{E\,R3}{R1 + R3}}{Rc + \dfrac{R1R2 + R2R3 + R1R3}{R1 + R3}} \quad \text{y resolviendo}$$

$$I = \frac{E\,R3}{R1R2 + R2R3 + R1R3 + Rc\,(R1 + R3)} \quad \text{c.q.d.}$$

Como aplicación del Teorema de Thevenin, calcular la intensidad de corriente que circula del punto “d” al punto “b” de la figura 3.7.43, como se especificó en el apartado 7.9, anterior:

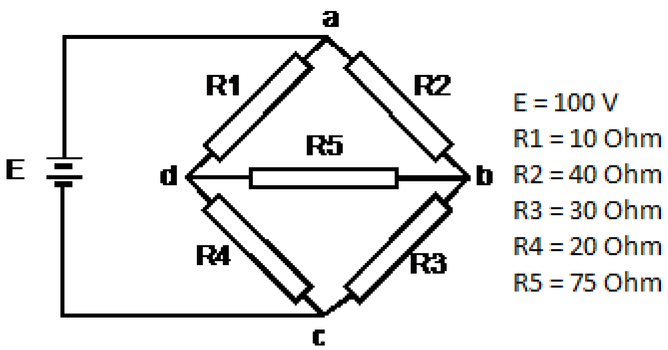


Fig. 3.7.43. Teorema de Thevenin. Aplicación

En primer lugar, se halla el voltaje a circuito abierto entre “d” y “b”. Para ello, se aplica el circuito de la figura 3.7.44:

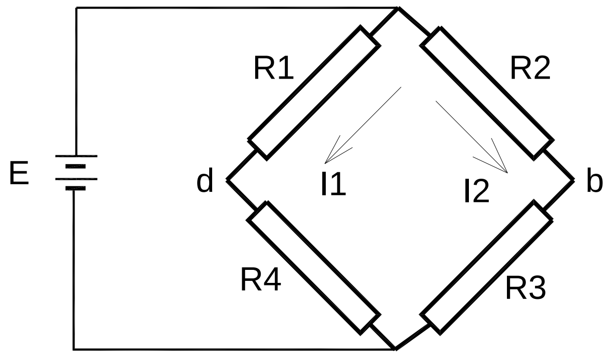


Fig. 3.7.44. Teorema de Thevenin. Aplicación. Circuito equivalente 1º

$$Vdb = V_d - V_b = E - E\,\frac{R1}{R1 + R4} - \left(E - E\,\frac{R2}{R2 + R3}\right)$$

$$V_{ab} = 100\left(1 - \frac{10}{10+20}\right) - 100\left(1 - \frac{40}{30+40}\right) = 23{,}8\ V.$$

lo que quiere decir que el punto “d” es más positivo que el punto “b”.

Ahora, calcular la resistencia que se ve desde los puntos “d” y “b” suponiendo la fuente con resistencia interna cero. O sea, la figura 3.7.45:

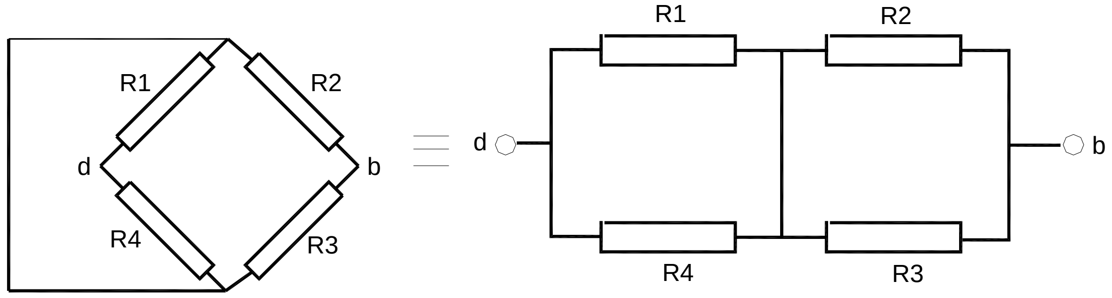


Fig. 3.7.45. Teorema de Thevenin. Aplicación. Circuito equivalente 2º

$$R_{db} = \frac{R1\ R4}{R1 + R4} + \frac{R2\ R3}{R2 + R3} = \frac{10 \times 20}{10 + 20} + \frac{40 \times 30}{40 + 30} = 23{,}8\ \Omega$$

Finalmente, se sustituye el circuito original por un circuito consistente en una fuente de 23,8 voltios y una resistencia interna de 23,8 ohmios que se conecta entre los puntos A y B, según la figura 3.7.46 siguiente:

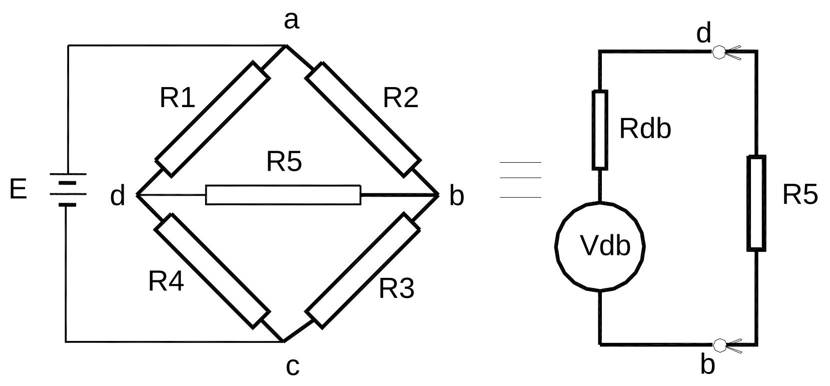


Fig. 3.7.46. Teorema de Thevenin. Aplicación. Circuito equivalente 3º

Luego, siendo Vab = 23,8 V y Rab = 23,8 ohmios, la intensidad que circula por la resistencia R es:

$$I = \frac{Vab}{Rab + R} = \frac{23{,}8}{23{,}8 + 50} = 0{,}32 \text{ amperios.}$$

7.14. TEOREMA DE NORTON.

La intensidad de corriente que circula por una carga conectada a los terminales de una red es igual que si esa carga estuviese conectada a una fuente de intensidad constante de valor igual al medido, con los terminales en cortocircuito, entre los terminales de la red y puesta la fuente en paralelo con una impedancia igual a la que presenta la red medida desde sus terminales.

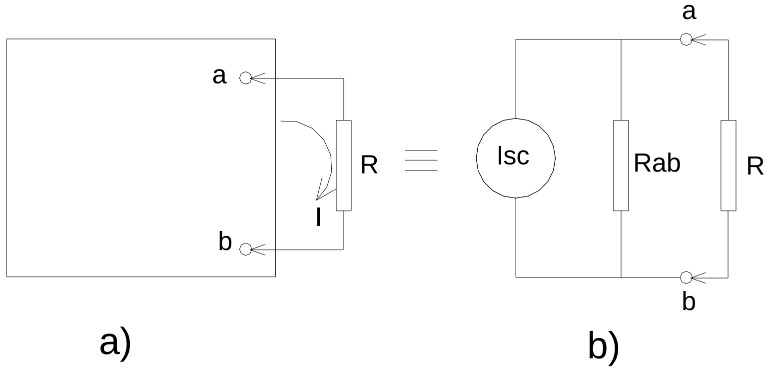


Fig. 3.7.47. Teorema de Norton

La intensidad de corriente que circula por la carga, resistencia R, según a) de la figura 3.7.47 es:

$$I = \frac{Vab}{Rab + R}$$

La intensidad que proporcionaría la fuente con la carga en cortocircuito sería:

$$Isc = \frac{Vab}{Rab}$$

Y la intensidad que circularía por la carga, resistencia R, aplicando el teorema de Norton, según expuesto en b) de la figura 3.7.47:

$$I = \frac{Isc \times Rab}{R + Rab} = \frac{Vab}{Rab} \times \frac{Rab}{R + Rab} = \frac{Vab}{R + Rab} \text{ c.q.d.}$$