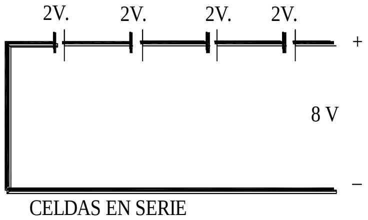
# ANEXO 1

# PROBLEMAS RESUELTOS

# ANEXO 1
## PROBLEMAS RESUELTOS

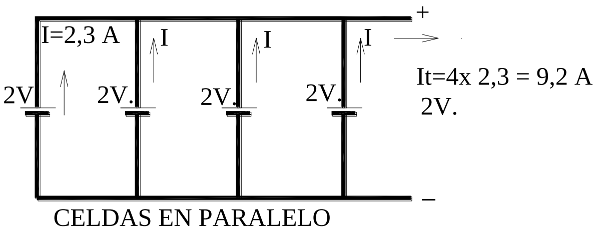
**CAPITULO 5.**

**5.1.** La obtención de 8 Voltios, 4 amperios se puede conseguir:




interconectando 4 celdas de 2 V., 4 Amperios cada una, de modo que el terminal positivo de la primera celda sea el positivo de la fuente, que el terminal negativo de la primera se conecte al positivo de la segunda, que el negativo de la segunda se conecte al positivo de la tercera y así sucesivamente, siendo el terminal negativo de la última celda el terminal negativo de la fuente. O sea, LAS CELDAS SE HAN CONECTADO EN SERIE, con lo que se han sumado las f.e.m's de cada celda, y proporcionando la fuente la intensidad de que dispone la celda (la misma para todas).

**5.2.** La obtención de 2 Voltios, 8 Amperios, se puede conseguir:




conectando en paralelo 4 celdas de 2 voltios, 2,3 amperios. Se interconectarán de modo que se unan los positivos y los negativos siendo el negativo de la fuente la unión de negativos y el positivo de la fuente la unión de positivos. La intensidad total será la suma de las intensidades que puede dar cada una de las celdas.

**5.3.** Para hacer funcionar el motor de un actuador se precisa una fuente de 12 ± 5% con capacidad para 12 amperios. En el taller se dispone de celdas de Ni-Cd cargadas de 1,28 V. 35 Ah. Determinar el número de celdas y su interconexionado para hacer funcionar el motor.

- Límites de funcionamiento del motor:

$12 \times 1{,}05 = 12{,}6$ V

$12 \times 0{,}95 = 11{,}4$ V.

el motor funcionará entre 11,4 y 12,6 voltios.

- Número de celdas en serie necesarias para obtener entre 11,4 y 12,6 voltios:

$11{,}4 : 1{,}28 = 8{,}9$

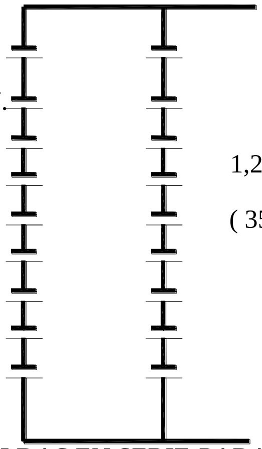
luego con 9 celdas se obtendrán $1{,}28 \times 9 = 11{,}52$ V. valor comprendido entre 11,4 y 12,6 V.

- <u>Número de celdas en paralelo para obtener los 12 A. que consume el motor:</u>

Como las celdas tienen una capacidad de 35 Ah, pueden descargar a un régimen de 7 A. durante 5 h., luego 12 amperios se consiguen con dos celdas en paralelo, que pueden dar hasta 14 amperios.

En definitiva, el circuito será:

1,28V.
35
Ah



1,28 x 9 = 11,52 V.

( 35 : 5 ) x 2 = 14 A.

CELDAS EN SERIE-PARALELO

**5.4.** Determinar la resistencia interna de una batería en la que el voltaje medido sin carga es de 28,6 VDC y cuando se le aplica una carga de 10 A, el voltaje medido es de 27,6 VDC**.**

$$Ri = \frac{OCV - CCV}{I} = \frac{28{,}6 - 27{,}6}{10} = 0{,}1\ \Omega$$

**5.5.** Una batería de plomo de 12 celdas cargadas cada una de ellas a un potencial de 2,1 VDC tiene un voltaje a circuito abierto de:

OCV = 12 x 2,1 = 25,2 VDC

**5.6.** Una batería de Ni-Cd está formada por 19 celdas, que recién cargadas, han adquirido un potencial de 1,6 VDC. El voltaje a que ha cargado la batería es:

19 x 1,6 = 30,4 VDC

**CAPITULO 6**

Siendo los códigos de colores de las resistencias:

| | 4 bandas | | | | 5 bandas | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1ª cifra | 2ª cifra | nº de ceros | Tol % | 1ª cifra | 2ª cifra | 3ª cifra | nº de ceros | Tol % |
| negro | -- | 0 | -- | | -- | 0 | 0 | -- | |
| marrón | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| rojo | 2 | 2 | 2 | | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| naranja | 3 | 3 | 3 | | 3 | 3 | 3 | 3 | |
| amarillo | 4 | 4 | 4 | | 4 | 4 | 4 | 4 | |
| verde | 5 | 5 | 5 | | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| azul | 6 | 6 | 6 | | 6 | 6 | 6 | 6 | |
| violeta | 7 | 7 | 7 | | 7 | 7 | 7 | 7 | |
| gris | 8 | 8 | 8 | | 8 | 8 | 8 | 8 | |
| blanco | 9 | 9 | 9 | | 9 | 9 | 9 | 9 | |
| --- | | | | 20 | | | | | |
| plata | | | 00,1 | 10 | | | | 0,01 | |
| oro | | | 0,1 | 5 | | | | 0,1 | |

**6.1.** Una resistencia de 4 bandas con colores ROJO – VIOLETA – AZUL – PLATA tiene un valor de

1º banda – 2
2ª banda – 7
3ª banda – 6 ceros o multiplicado por $10^{6}$
4ª banda – 10%

$27 \cdot 10^{6} \pm 10\ \%$ ó $24{,}3\ M\Omega \div 29{,}7\ M\Omega$

**6.2.** Una resistencia de 4 bandas con colores BLANCO, NARANJA, PLATA, PLATA tiene un valor de

1ª banda – 9
2ª banda – 3
3ª banda – 0,01 o multiplicado por $10^{-2}$
4ª banda – 10%

$93 \cdot 10^{-2} \pm 10\%$ o $0{,}837 \div 1{,}023\ \Omega$

**6.3.** Una resistencia de 3 bandas con los colores AZUL, AMARILLO y VERDE tiene un valor de

1º banda – 6
2ª banda – 6
3ª banda – 5 ceros o multiplicado por $10^{5}$

$66 \cdot 10^{5} \pm 20\%$ (ya que no tiene color en esa posición) o 5 280 ÷ 7 920 K

**6.4.** Una resistencia con 5 bandas y colores ROJO, AZUL, ROJO, ORO Y MARRON tiene un valor de

1º banda – 2 2ª banda – 6 3ª banda – 2 4ª banda – 0,1
5º banda – 1%

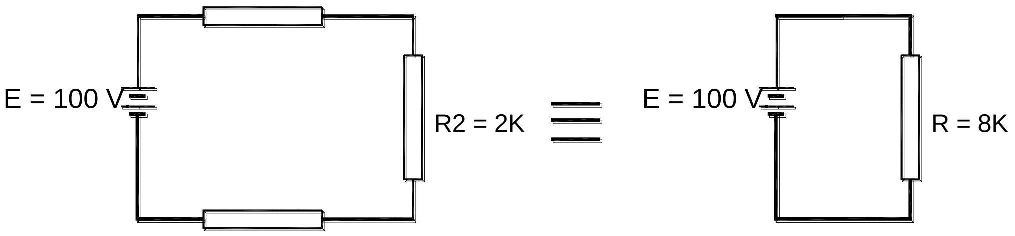
$$262 \times 0{,}1 \pm 1\,\% = 26{,}2 \pm 1\%$$

**6.5.** Determinar la resistencia de un conductor de cobre de 16 mm $^2$ de sección con una longitud de 132 m.. La resistencia específica del cobre es de 1/56 $\Omega$ mm $^2$ / m.

$$R = \rho \frac{L}{S} = \frac{1}{56} \cdot \frac{132}{16} = 0{,}15 \text{ ohmios.}$$

**CAPITULO 7.**

**7.1.** Calcular, en el circuito de la figura, intensidad, caída de tensión y potencia disipada en cada resistencia.




a) Circuito original

b) Circuito equivalente

Al tratarse de un circuito con tres resistencias en serie, la intensidad que circula por cada resistencia es la misma y la resistencia equivalente del circuito es la suma de las resistencias que lo forman.

$$R = R1 + R2 + R3 = 1 + 2 + 5 = 8 \text{ K}$$

$$I = \frac{E}{R} = \frac{100 \text{ (v)}}{8 \text{ (K)}} = 12{,}5 \text{ mA}$$

$$V1 = I\,R1 = 12{,}5 \text{ (mA)}.\ 1 \text{ (K)} = 12{,}5 \text{ V.}$$

$$V2 = I\,R2 = 12{,}5 \text{ ( mA)} .\ 2 \text{ (K)} = 25 \text{ V.}$$

$$V3 = I\,R3 = 12{,}5 \text{ (mA)} .\ 5 \text{ (K)} = 62{,}5 \text{ V}$$

Aplicando la primera ley de Kirchoff se tiene que cumplir:

E = V1 + V2 + V3 = 12,5 + 25 + 62,5 = 100 V.

Las potencias disipadas por las resistencias serán:

P1 = IV1 = 12,5 ( mA ) . 12,5 ( V ) = 156,25 mW

P2 = IV2 = 12,5 ( mA ) . 25 (V) = 312,5 mW

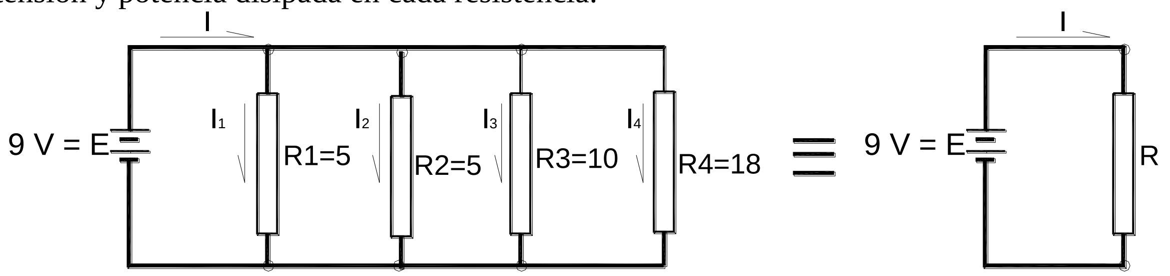
P3 = IV3 = 12,5 (mA). 62,5 (V) = 781,25 mW

P = I E = 12,5 (mA). 100 (V) = 1250 mW

Se tiene que cumplir

P = P1 + P2 + P3 = 156,25 + 412,5 + 781,25 = 1 250 mW

**7.2.** Determinar, en el circuito de la figura, intensidades de corriente en cada rama y caídas de tensión y potencia disipada en cada resistencia.




Como las cuatro resistencias están en paralelo, la ddp aplicada entre sus extremos es la misma, Entonces, las intensidades que circulan por cada resistencia serán:

$$I1 = \frac{E}{R1} = \frac{9}{5} = 1{,}8 \text{ A}$$

$$I2 = \frac{E}{R2} = \frac{9}{5} = 1{,}8 \text{ A}$$

$$I3 = \frac{E}{R3} = \frac{9}{10} = 0{,}9 \text{ A}$$

$$I4 = \frac{E}{R4} = \frac{9}{18} = 0{,}5 \text{ A}$$

$$I = I1 + I2 + I3 + I4 = 1{,}8 + 1{,}8 + 0{,}9 + 0{,}5 = 5 \text{ A.}$$

Si se suprimiera una de las resistencias del circuito, p.e. R1, que sería tanto como decir que uno de los sistemas conectados a la fuente ha sido desconectado o ha fallado y no funciona, no existiría R1, no existiría esa rama y el circuito consumiría 1,8 A. menos de la fuente.

$$R = \frac{E}{I} = \frac{9}{5} = 1{,}8 \ \Omega.$$

Por otra parte

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \frac{1}{R4}} = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{18}} = 1{,}8 \ \Omega$$

Demostrando que el ejercicio está bien resuelto.

Las potencias se calcularían:

P1 = E I1 = 9 (V). 1,8 (A) = 16,2 W

P2 = E I2 = 9 (V). 1, 8 (A) = 16,2 W

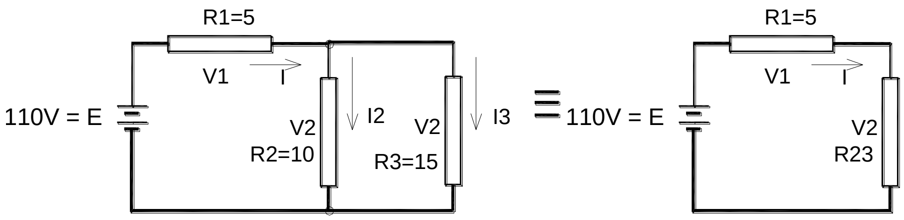
P3 = E I3 = 9 (V). 0,9 (A) = 8,1 W

P4 = E I4 = 9 ( V ) . 0,5 ( A ) = 4,5 W

P = P1 + P2 + P3 + P4 = 16,2 + 16,2 + 8,1 + 4,5 = 45 w

Que se comprueba: P = E . I = 9 (V). 5 (A) = 45 W

**7.3.** En el circuito de la figura, determinar intensidades en cada rama, y caídas de tensión y disipación de potencia en cada resistencia.



a) Circuito original b) Circuito equivalente

a) Método manual.

En este circuito es necesario calcular, primero la resistencia equivalente, lo que permite obtener la intensidad total, I, la caída de tensión en la resistencia R1, seguidamente la caída en la resistencia R2 y finalmente la intensidades I2 e I3.

Como R2 y R3 están en paralelo $R23 = \frac{R2 \, . \, R3}{R2 + R3} = \frac{10 \, . \, 15}{10 + 15} = 6 \; \Omega$

Como R23 Y R1 están en serie: R = R23 + R1 = 6 + 5 = 11 Ω

$I = \frac{E}{R} = \frac{110}{11} = 10 \text{ A}$ V1 = I . R1 = 10 . 5 = 50 V.

Por 1ª Ley Kirchoff: V2 = E – V1 = 110 – 50 = 60 V.

$$I2 = \frac{V2}{R2} = \frac{60}{10} = 6\text{ A.} \qquad I3 = \frac{V2}{R3} = \frac{60}{15} = 4\text{ A}$$

Bien resuelto puesto que I = I2 + I3 = 6 + 4 = 10

Las potencias disipadas por cada resistencia se obtendrían multiplicando la caída de tensión por la intensidad que circula por cada resistencia.

b) Método de las mallas.

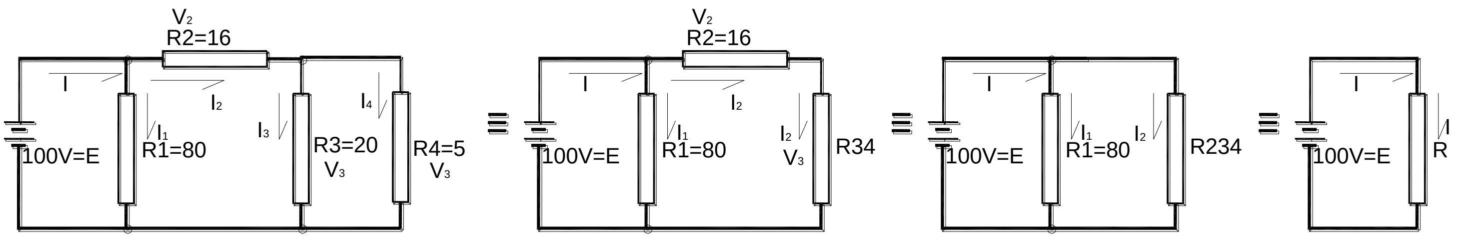
E = IR1 + I2R2 (1) 110 = 5I + 10 I2 110 = 15 I2 + 10 I3
E = I R1 + I3 R3 (2) 110 = 5 I + 15 I3 110 = 5 I2 + 20 I3
I = I2 + I3 (3) sustituyendo (3) en (1) y en (2)

110 = 15 I2 + 5 I3
– 330 = – 15 I2 – 60 I3 220 = 55 I3 <u>I3 = 4 A</u>

y sustituyendo el valor de I3 en (1) o en (2) se obtiene <u>I2 = 6 A</u>

coincidente con el método manual. Una vez calculadas las intensidades, es sencillo determinar las caídas de tensión, aplicando directamente la ley de Ohm.

**7.4.** En el circuito de la figura, determinar intensidades en cada rama y caídas de tensión y disipación de potencia en cada resistencia.




Método manual.

Al igual que en el ejercicio precedente, lo ideal es hallar la resistencia equivalente, con lo que se obtendría la Intensidad total, I. La intensidad I1 se obtiene fácilmente aplicando la Ley de Ohm a R1 ya que V1 es igual a la fem de la fuente por estar R1 en paralelo con la fuente. I2 se calcularía aplicando la 2º ley de Kirchoff al nodo que divide I en I1 e I2. Conocida I2, aplicando Ohm a R2, se obtiene V2. Seguidamente se aplica

Kirchoff a la malla formada por E, R2 y R3, obteniéndose V3. Conocida V3, se calculan I3 e I4.

La resultante de R3 y R4. $R34 = \frac{R3 \cdot R4}{R3 + R4} = \frac{20 \cdot 5}{20 + 5} = 4$ ohm.

R34 en serie con R2 R234 = 16 + 4 = 20 ohm.

R234 en paralelo con R1 : $R = \frac{20 \cdot 80}{20 + 80} = 16$ ohm.

$I = \frac{E}{R} = \frac{100}{16} = 6{,}25$ A. $I1 = \frac{E}{R1} = \frac{100}{80} = 1{,}25$ A (LEY DE OHM)

I2 = I – I1 = 6,25 – 1,25 = 5 A. (2ª DE KIRCHOFF)

V2 = I2 . R2 = 5 . 16 = 80 V. (LEY DE OHM)

V3 = E – V2 = 100 – 80 = 20 V. (1ª DE KIRCHOFF)

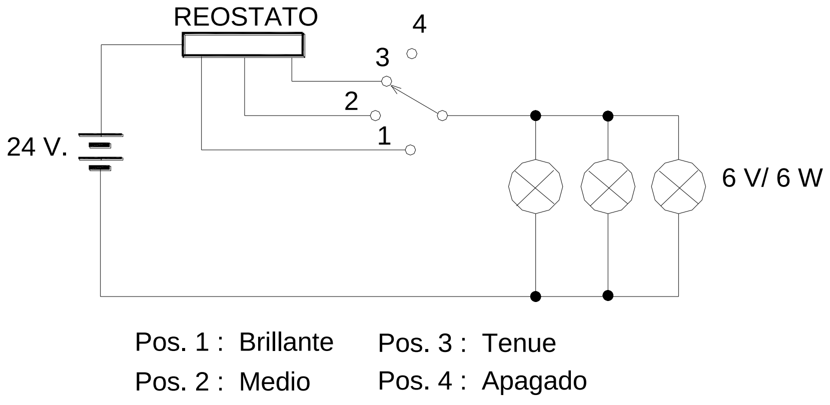
$I3 = \frac{V3}{R3} = \frac{20}{20} = 1$ A $I4 = \frac{V3}{R4} = \frac{20}{5} = 4$ A (LEY DE OHM)

Cumpliéndose que I3 + I4 = I2 ó 1 + 4 = 5 (2ª DE KIRCHOFF)

y que I = I1 + I2 = 5 + 1,25 = 6,25 A. (2ª DE KIRCHOFF)

Las potencias se calculan fácilmente: P = E . I Como en el ejercicio nº 7.2.

**7.5.** Se desea alimentar tres lámparas de 6 V., 6 W., con tres intensidades de luz que serán: Tenue, Medio y Brillo. Se dispone de una batería de 24 V. Determinar el sistema de control de brillo mediante un reostato y consumos de reostato y lámparas.



Por cada lámpara, a plena potencia, o sea encendida al máximo, circulará:

$$I = \frac{P}{E} = \frac{6}{6} = 1\ A.$$ Luego su resistencia será 6 Ω

Parece lógico suponer que: Encendido Tenue : 0,2 A
Encendido Medio : 0,5 A
Encendido Brillante : 1 A

<u>En la posición 1- Brillante</u>, la caída de tensión en lámpara será:

$$V = I\ R = 1\ (A)\ .\ 6\ (\Omega) = 6\ V.$$

La caída que debe de haber en el reostato: 24 – 6 = 18 V.

Luego la resistencia del reostato : $R = \frac{18}{3} = 6\ \Omega$

<u>En la posición 2- Medio</u>, la caída de tensión en lámpara será:

$$V = I\ R = 0{,}5\ (A)\ .\ 6\ (\Omega) = 3\ V.$$

La caída que debe de haber en el reostato: 24 – 3 = 21 V.

Luego la resistencia del reostato : $R = \frac{21}{1{,}5} = 14\ \Omega$

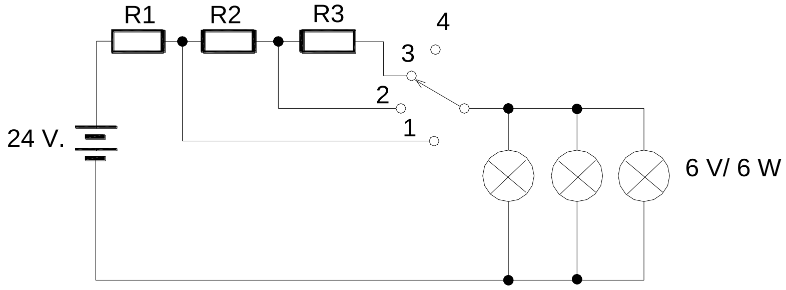
<u>En la posición 3- Tenue</u>, la caída de tensión en lámpara será:

$$V = I\ R = 0{,}2\ (A)\ .\ 6\ (\Omega) = 1{,}2\ V.$$

La caída que debe de haber en el reostato: 24 – 1,2 = 22,8 V.

Luego la resistencia del reostato : $R = \frac{22{,}8}{0{,}6} = 38\ \Omega$

El circuito anterior podría ser sustituido por el circuito siguiente:




Pos. 1 : Brillante Pos. 3 : Tenue
Pos. 2 : Medio Pos. 4 : Apagado

En el que se pueden hacer las consideraciones siguientes:

<u>En la posición 1- Brillante:</u>

Intensidad en el circuito: 3 A. (1 A por lámpara)
Resistencias en el circuito: R (lámparas) = 6 / 3 = 2 Ω
R (reostato) = R1 = 6 Ω (calculado)
R total = 8 Ω
Caidas de tensión en el circuito: V (lámparas) = 6 V
V (reostato) = 18 V
Potencias disipadas: P (lámparas) = 3 x 6 = 18 W
P (reostato) = 3 x 18 = 54 W
(luego para un consumo útil de 18 W se utilizan 72 W (25%). Gran derroche)

<u>En la posición 2- Medio:</u>

Intensidad en el circuito: 1,5 A. (0,5 A por lámpara)
Resistencias en el circuito: R (lámparas) = 6 / 3 = 2 Ω
R (reostato) = R1+ R2 = 14 Ω = 6 Ω + 8 Ω (calculado)
R total = 16 Ω
Caídas de tensión en el circuito: V (lámparas) = 3 V
V (reostato) = 21 V (9 V + 12 V)
Potencias disipadas: P (lámparas) = 1,5 x 3 = 4,5 W
P (reostato) = 1,5 x 21 = 31,5 W
(luego para un consumo útil de 4,5 W se utilizan 36 W (12,5%). Gran derroche)

<u>En la posición 3- Tenue:</u>

Intensidad en el circuito: 0,6 A. (0,2 A por lámpara)
Resistencias en el circuito: R (lámparas) = 6 / 3 = 2 Ω
R (reostato) = R1+ R2 + R3 = 38 Ω = 6 Ω + 8 Ω + 24 Ω (calculado)
R total = 40 Ω
Caidas de tensión en el circuito: V (lámparas) = 1,2 V
V (reostato) = 22,8 V = 3,6 V + 4,8 V + 14,4 V

Potencias disipadas: P (lámparas) = 0,6 x 1,2 = 0,72 W
P (reostato) = 0,6 x 22,8 = 13,68 W
(luego para un consumo útil de 0,72 W se utilizan 13,68 W (5,26%) Gran derroche).

En definitiva, se precisan las resistencias siguientes:

Un reostato de 38 ohm., 54 W ó

Resistencia R1 = 6 ohm. 54 W
Resistencia R2 = 8 ohm. 12 x 1,5 = 18 W
Resistencia R3 = 24 ohm. 14,4 x 0,6 = 8,64 W

Pudiendo utilizarse, en función de las disponibilidades en almacén:

Un reostato de 50 ohm. 100 W ó

Seis R1 = 1 ohm. 20 W conectadas en serie ó
Cinco R1 = 30 ohm. 20 W conectadas en paralelo

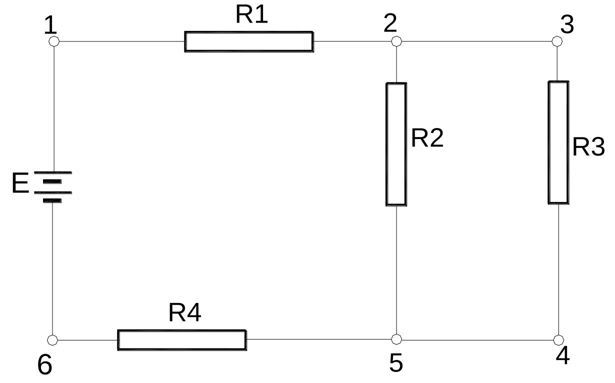
Cuatro R2 = 2 ohm. 10 W conectadas en serie ó
Cinco R2 = 40 ohm. 8 W conectadas en paralelo

Cinco R3 = 5 ohm. 3 W conectadas en serie ó
Seis R3 = 150 ohm. 3 W conectadas en paralelo

Lo que significa que cuando no se disponga de un valor determinado de resistencia, se pueden hacer las combinaciones necesarias en serie o paralelo o en serie-paralelo para obtener el valor exigido. Tener en cuenta que la potencia disipada total disipada por el conjunto siempre será la suma de la potencia disipada por cada resistencia, sea cual sea la combinación.

**7.6**. Resolver el circuito de la figura calculando intensidades y caídas de tensión así como las potencias disipadas por cada resistencia. Conectar voltímetros y amperímetros.

E = 24 V.
R1 = 100 k
R2 = 80 k
R3 = 80 k
R4 = 100 k




En primer lugar se procederá a nominar intensidades y caídas de tensión en el circuito:

I = Intensidad que fluye de la fuente y circula entre los puntos 1 y 2.
$V_{12}$ = Caída de tensión en R1 o entre los puntos 1 y 2.
$I_1$ = Intensidad que circula por R2 o entre los puntos 2 y 5.
$V_{25}$ = Caída de tensión en R2 o entre los puntos 2 y 5.
$I_2$ = Intensidad que circula por R3 o entre los puntos 3 y 4.
$V_{34}$ = Caída de tensión en R2 o entre los puntos 3 y 4.
I = Intensidad que retorna a la fuente y circula entre los puntos 5 y 6, ya que la misma intensidad tiene que retornar a la fuente.
$V_{56}$ = Caída de tensión en R4 o entre los puntos 5 y 6

a) Método Manual

Mirando el circuito se puede decir:

$V_{12} = I\ R1$ en aplicación de la ley de Ohm
$V_{25} = I_1\ R2$ en aplicación de la ley de Ohm
$V_{25} = V_{34}$ por ser los puntos 2 con 3 y 4 con 5 eléctricamente iguales.
$V_{56} = I\ R4$ en aplicación de la ley de Ohm

luego calculando I se puede obtener $V_{12}$ y $V_{56}$ y seguidamente $V_{25}$ y $V_{34}$ para, finalmente, obtener $I_1$ e $I_2$ .

Se efectuarán los cálculos de memoria, dada su sencillez:

Resultante de R3 y R2 en paralelo: $\dfrac{80}{2} = 40$ k

Resultante de R23 con R1 y R4 en serie : 40 + 100 + 100 = 240 k

Intensidad total del circuito $I = \dfrac{24}{240} = 0{,}1$ mA

$V_{12} = I\ R1 = 0{,}1 \cdot 100 = 10$ V

$V_{56} = I\ R4 = 0{,}1 \cdot 100 = 10$ V

$V_{25} = E - (V_{12} + V_{56}) = 24 - 10 - 10 = 4$ V

Si la intensidad total es de 0,1 mA y, en el nodo 2, se divide en dos ramas con dos resistencias iguales, por cada rama fluirá la misma intensidad y será la mitad de la total, o sea:

$$I_1 = I_2 = \frac{0{,}1}{2} = 0{,}05 \text{ mA}$$

Las potencias disipadas por cada resistencia serían:

$P_1 = I\ V_{12} = 0{,}1 \cdot 10 = 1$ mW para R1.

$P_2 = I_1\ V_{25} = 0{,}05 \cdot 4 = 0{,}2$ mW para R2.

$P_3 = I_2\ V_{34} = 0{,}05 \cdot 4 = 0{,}2$ mW para R3

$P_4 = I\ V_{56} = 0{,}1 \cdot 10 = 1$ mW para R4

La potencia total consumida a la fuente será:

$$P = E \cdot I = 24 \cdot 0{,}1 = 2{,}4 \text{ mW}$$

Que tiene que ser igual a la suma de las potencias disipadas por todas las resistencias:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1 + 0{,}2 + 0{,}2 + 1 = 2{,}4 \text{ mW}$$

Obteniéndose lo ya conocido: La suma de las potencias disipadas por las resistencias es la potencia total consumida por el circuito, estén las resistencias en serie o en paralelo.

b) Método de las mallas.

Malla 1-2-5-6. $E = V_{12} + V_{25} + V_{56}$ en aplicación de la 1ª ley de Kirchoff.
Nodo 2 $I = I_1 + I_2$ en aplicación de la 2ª ley de Kirchoff.
Malla 1-3-4-6. $E = V_{12} + V_{34} + V_{56}$ en aplicación de la 1ª ley de Kirchoff,

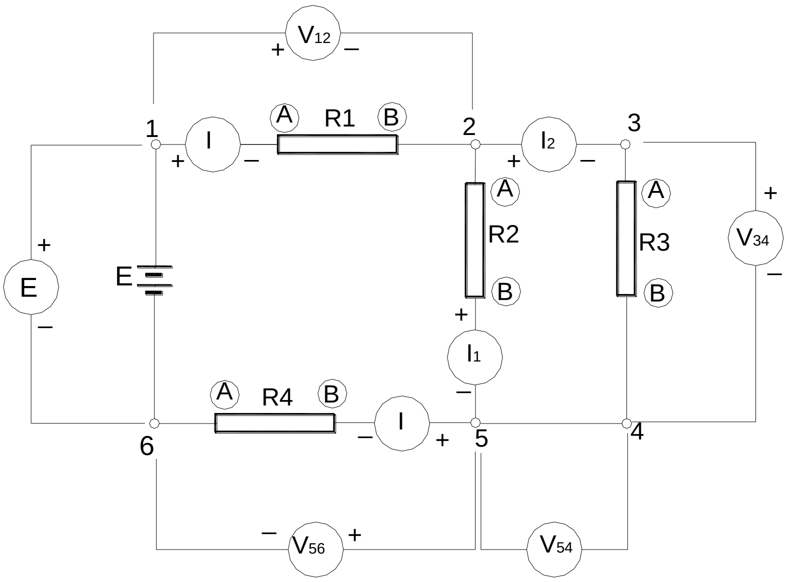
$24 = I\,R1 + I_1\,R2 + I\,R4$ $24 = 100\,I + 80\,I_1 + 100\,I$ $24 = 200\,I + 80\,I_1$
$I = I_1 + I_2$ $I = I_1 + I_2$
$24 = I\,R1 + I_2\,R3 + I\,R4$ $24 = 100\,I + 80\,I_2 + 100\,I$ $24 = 200\,I + 80\,I_2$

$24 = 280\,I_1 + 200\,I_2$ $24 = 280\,I_1 + 200\,I_2$
$24 = 200\,I_1 + 280\,I_2$ $-33{,}6 = -280 I_1 - 392\,I_2$ $9{,}6 = 192\,I_2$

$I_2 = 0{,}05$ A $I_1 = 0{,}05$ A

Las caidas de tensión se calcularán aplicando directamente la ley de Ohm.

Los Voltímetros y Amperímetros se instalarían con las polaridades que se indican en la figura siguiente:



Montaje de Voltímetros y Amperímetros

La Intensidad total se puede medir:

a) En el positivo de la fuente, levantando el cable y conectando amperímetro entre positivo y cable que se ha levantado o desoldando extremo A de la resistencia R1 y conectando amperímetro entre A desoldado y punto 1 o desoldando extremo B de la resistencia R1 y conectando amperímetro entre B desoldado y punto 2, siempre con la polaridad indicada.

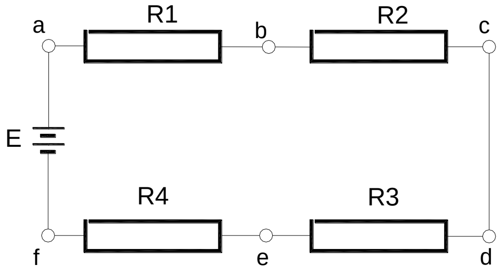
b) En el negativo de la fuente, levantando el cable y conectando amperímetro entre negativo y cable que se ha levantado o desoldando extremo A de la resistencia R4 y conectando amperímetro entre A desoldado y punto 6 o desoldando extremo B de la resistencia R4 y conectando amperímetro entre B desoldado y punto 5, siempre con la polaridad indicada.

La caída de tensión en R1 se mide conectando voltímetro entre los puntos 1 y 2 o entre los extremos A y B de la resistencia, lo que resulte más cómodo, con la polaridad indicada.

Las demás medidas se efectuarán como se indica en la figura. Téngase en cuenta que si se invierte la polaridad del medidor la lectura será negativa, si el medidor es digital, o la aguja del medidor intentará deflexionar hacia el tope inferior, si el medidor es analógico. En todo caso, hay que tener presente que el medidor se debe poner en la escala más alta e ir descendiendo hasta que la lectura sea en los 2/3 de la escala. En el caso del amperímetro, si no se conoce la intensidad a medir, es aconsejable utilizar un fusible en serie con el amperímetro para evitar la posible fusión del fusible interno.

**7.7.** En el circuito de la figura, para los valores dados, determinar la resistencia que "ve" la fuente.

R1 = 0,1 MΩ
R2 = 800 KΩ
R3 = 1 MΩ
R4 = 900 KΩ

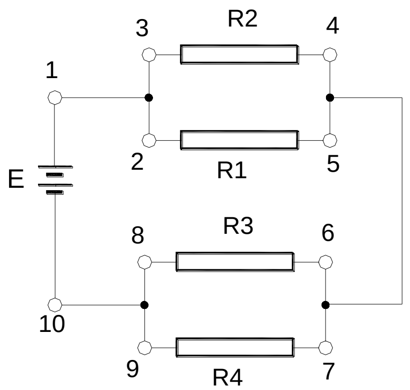



La resistencia, medida entre los puntos "a" y "f", o sea la resistencia que "ve" la fuente, por tratarse de un circuito serie, será la suma de todos los componentes del circuito:

$$Re = R1 + R2 + R3 + R4 = 0{,}1 + 0{,}8 + 1 + 0{,}9 = 2{,}8\ M\Omega$$

**7.7.** En el circuito de la figura, para los valores dados, determinar la resistencia que "ve" la fuente.

R1 = 2 Ω
R2 = 4 Ω
R3 = 8 Ω
R4 = 4 Ω

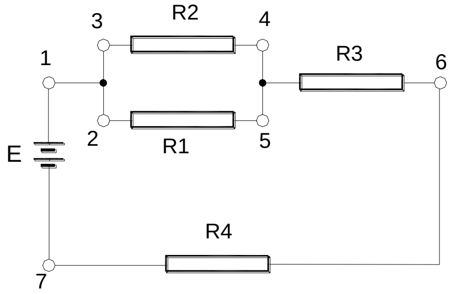



Se ve que R1 y R2, al igual que R3 y R4, están en paralelo y ambos conjuntos en serie.

$$R12 = \frac{4}{3} \qquad R34 = \frac{8}{3} \qquad R1/10 = \frac{4}{3} + \frac{8}{3} = 4\ \Omega$$

**7.8.** En el circuito de la figura, para los valores dados, determinar la resistencia que "ve" la fuente.

R1 = 2 Ω
R2 = 4 Ω
R3 = 8 Ω
R4 = 4 Ω

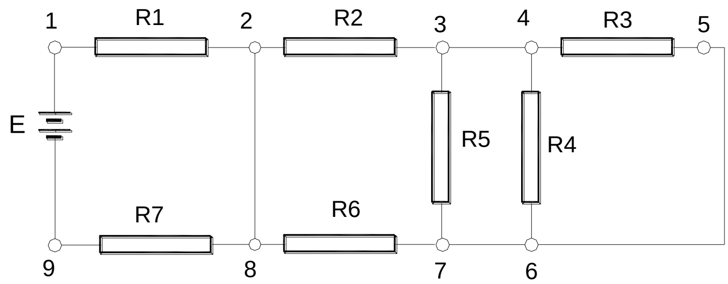



Se ve que R1 y R2 están en paralelo y el conjunto en serie con R3 y R4.

$$R12 = \frac{4}{3} \qquad R1/7 = R12 + R3 + R4 = 1{,}33 + 8 + 4 = 13{,}33\ \Omega$$

**7.9.** En el circuito de la figura, para los valores dados, determinar intensidades de corriente y caídas de tensión en el circuito.

E = 30 VDC
R1 = 12 MΩ
R2 = 11 MΩ
R3 = 100 MΩ
R4 = 200 MΩ
R5 = 100 MΩ
R6 = 11 MΩ
R7 = 18 MΩ




Prestando atención se ve que entre el punto 2 y el punto 8 hay un puente de unión, lo que significa que en el resto del circuito no circula corriente o está anulado, luego solo hay que estudiar la fuente y las resistencias R1 y R7, que estan en serie.

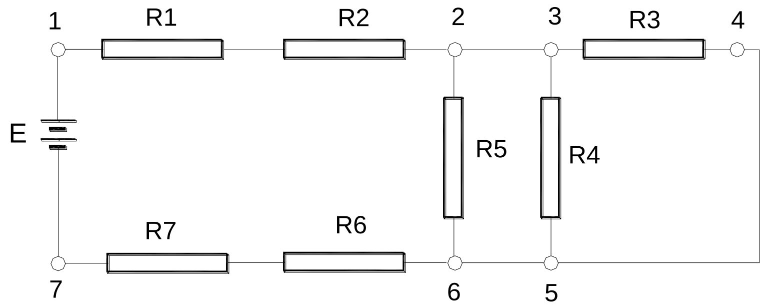
$$Re = R1 + R7 = 12 + 18 = 30\ \mathrm{M\Omega}$$

$$I = \frac{E}{Re} = \frac{30}{30} = 1\ \mu A \qquad V1 = I\ R1 = 1 \cdot 12 = 12\ VDC$$
$$V2 = I\ R2 = 1 \cdot 18 = 18\ VDC$$

Cumpliéndose que E = V1 + V2 ó 30 = 12 + 18

**7.10.** En el circuito de la figura, para los valores dados, determinar intensidades de corriente y caídas de tensión en el circuito.

E = 30 VDC
R1 = 12 MΩ
R2 = 29 MΩ
R3 = 100 MΩ
R4 = 200 MΩ
R5 = 100 MΩ
R6 = 21 MΩ
R7 = 18 MΩ




Nótese que el circuito es el mismo que el planteado en 7.9, pero ha desaparecido el puente de unión, luego su resolución ha de ser completa.

a) Método manual.

Calcúlese, en primer lugar, la resistencia equivalente del circuito o la que ve la fuente.
Al estar R3, R4 y R5 en paralelo, se obtiene esa equivalente:

$$R35 = \frac{100}{2} = 50\ M\Omega$$ por tratarse de dos resistencia iguales

$$R345 = \frac{200}{5} = 40\ M\Omega$$ por una resistencia 4 veces mayor que la otra

Ahora quedan en serie todas las resistencias, luego:

$$Re = R345 + R1 + R2 + R6 + R7 = 40 + 12 + 29 + 21 + 18 = 120\ M\Omega$$

Y la intensidad total : $$I = \frac{E}{Re} = \frac{30}{120} = 0{,}25\ \mu A \text{ ó } \tfrac{1}{4}\ \mu A$$

Llamando a las caídas de tensión con el mismo subíndice de las resistencias:

V1 = I R1 = 12 . 0,25 = 3,00 VDC
V2 = I R2 = 29 . 0,25 = 7,25 VDC
V6 = I R6 = 21 . 0,25 = 5,25 VDC
V7 = I R7 = 18 . 0,25 = 4,50 VDC En aplicación de la 1ª Ley de Kirchoff:

E = V1 + V2 + V5 + V6 + V7 de donde V5 = E – (V1 + V2 + V6 + V7)

Pero V3 = V4 = V5 = 30 – (3,00 + 7,25 + 5,25 + 4,50) = 10,00 VDC

Y las intensidades de corriente que circulan entre los puntos del circuito son:

I12 = I67 = 0,25 µA segun calculado, y en aplicación de la ley de Ohm:

$$I26 = \frac{V2}{R5} = \frac{10}{100} = 0{,}1\ \mu A$$

$$I34 = \frac{V3}{R3} = \frac{10}{100} = 0{,}05\ \mu A$$

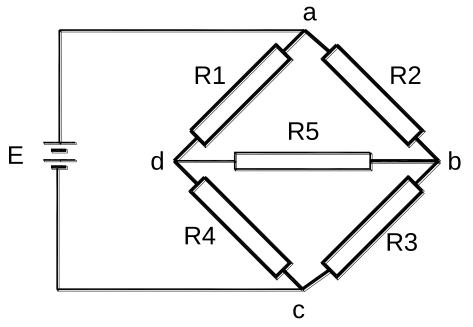
$$I35 = \frac{V4}{R4} = \frac{10}{100} = 0{,}1\ \mu A$$

Coincidiendo que I12 = I26 + I34 + I35 (2ª ley de Kirchoff)

La potencia disipada por cada resistencia o receptor se puede calcular:

P1 = I12 . V1 = 0,25 . 3,00 = 0,75 µW
P2 = I12 . V2 = 0,25 . 7.25 = 1,81 µW
P3 = I34 . V3 = 0,05 . 10,0 = 0,50 µW
P4 = I35 . V3 = 0,10 . 10,0 = 1,00 µW
P5 = I26 . V3 = 0,10 . 10,0 = 1,00 µW
P6 = I12 . V6 = 0,25 . 5.25 = 1,31 µW
P7 = I12 . V7 = 0,25 . 4,50 = 1,12 µW

**7.11**. En el circuito puente de resistencias de la figura, determinar la caída de tensión entre los puntos " a " y " c " y la intensidad de corriente que circula del punto " d " al punto " b ".




E = 100 V
R1 = 100 Ohm
R2 = 225 Ohm
R3 = 90 Ohm
R4 = 40 Ohm
R5 = 75 Ohm

Como paso previo a la resolución de cualquiera de estos problemas, se debe averiguar si el puente está equilibrado.

Para que el puente esté equilibrado se tiene que cumplir:

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3} \quad ó \quad \frac{100}{40} = \frac{225}{90} \qquad 9\,000 = 9\,0000$$

Luego el puente está equilibrado.

Las respuestas serían:

Vac = 100 V. Esté el puente equilibrado o no, puesto la ddp entre los puntos a y c será siempre igual al voltaje de la fuente.

Idb = 0 A., puesto que no hay ddp entre los puntos b y d por estar el puente equilibrado.

Si se cambiara el valor de cualquiera de las resistencias, de $R_1$ a $R_4$, se desequilibraría el puente, y aparecería una ddp entre los puntos d y b forzando a que circulara una intensidad de corriente por $R_5$. El sentido de esta intensidad de corriente estaría definido por el potencial en b y en d, en el sentido:

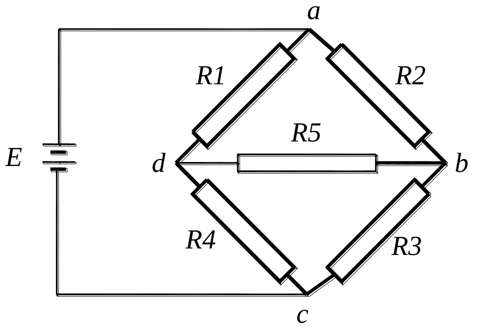
Si Vb > Vd la corriente circularía de b a d.
Si Vd > Vb la corriente circularía de d a b.

Un análisis sencillo del comportamiento del puente, cuando entrara en desequilibrio, podría ser el siguiente (nominando las intensidades con el mismo subíndice que las resistencias)

Si R3 aumenta, I3 tiene que disminuir, luego I2 se distribuiría entre I3 e I5 en el sentido de circular del punto b al punto d.

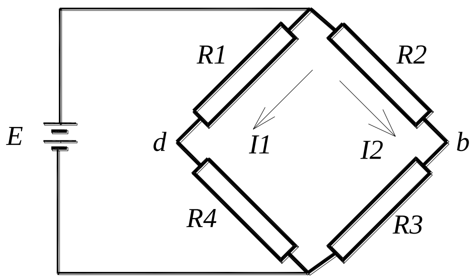
Si R3 disminuye, I3 tiene que aumentar, luego I2 ese incremento tiene que proceder de I5 en el sentido de que la intensidad de corriente tiene que circular del punto d al punto b (al contrario que en el caso anterior).

**7.12.** En el circuito puente de resistencias de la figura, determinar la intensidad que circula por la resistencia R5.




*E = 100 V*
*R1 = 100 Ohm*
*R2 = 64 Ohm*
*R3 = 80 Ohm*
*R4 = 125 Ohm*
*R5 = 75 Ohm*

En este caso, el procedimiento más rápido puede ser el del Teorema de Thevenin, puesto que supondría eliminar la resistencia R5 y ver la diferencia de potencial existente entre los puntos "d" y "b". Queda, entonces, el siguiente circuito:




Se trata, ahora de un simple circuito formado por dos ramas en paralelo.

$$I1 = \frac{E}{R1 + R4} = \frac{100}{100 + 125} = 0,4444 \text{ A}$$

$$I2 = \frac{E}{R2 + R3} = \frac{100}{64 + 80} = 0,6944 \text{ A}$$

Vd = E – I1 R1 = 100 – 0,4444 . 100 = 44,44 V.
Vb = E – I2 R2 = 100 – 0,6944 . 64 = 44,44 V

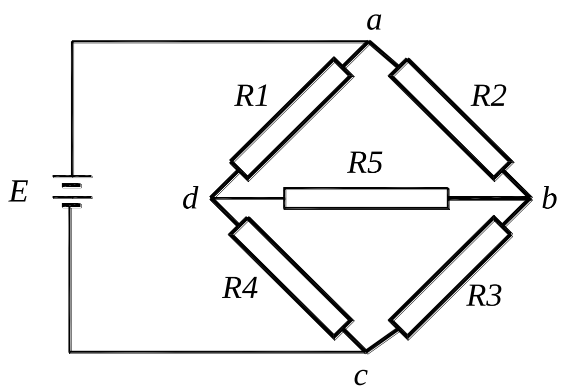
Luego Vd – Vb = 0 o por R5 no circula corriente alguna lo que significa que el puente está en equilibrio.

Más sencillo hubiese resultado si se hubiese hecho el producto:

R1 R3 = R2 R4 100 . 80 = 64 . 125 = 8 000

Y se hubiese visto que el puente está en equilibrio.

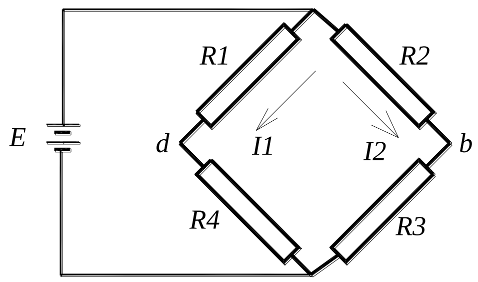
**7.13.** En el puente de resistencias de la figura siguiente, determinar la caída de tensión y la intensidad de corriente que circula por la resistencia R5.




*E = 100 V*
*R1 = 20 Ohm*
*R2 = 20 Ohm*
*R3 = 80 Ohm*
*R4 = 5 Ohm*
*R5 = 40 Ohm*

sigue siendo el mejor método el del Teorema de Thevenin, ya que eliminando R5 se aplica el teorema con facilidad.

En primer lugar, se determina la ddp entre los puntos "b" y "d" a circuito abierto, como se ve en la figura siguiente.



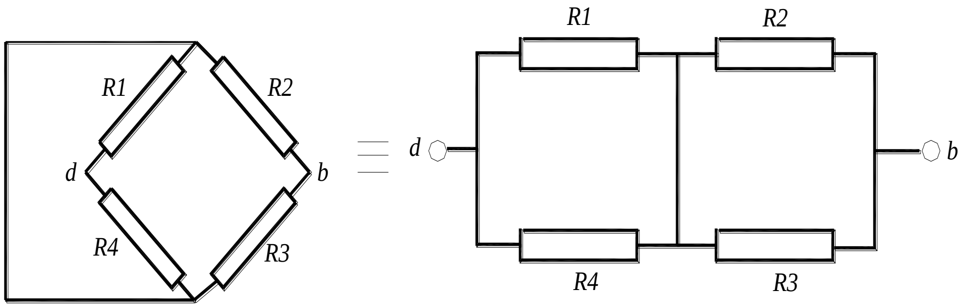

$$I1 = \frac{E}{R1 + R4} = \frac{100}{20 + 5} = 4 \text{ A}$$

$$I2 = \frac{E}{R2 + R3} = \frac{100}{20 + 80} = 1 \text{ A}$$

Vd = E – I1 R1 = 100 – 4 , 20 = 20 V.

Vb = E – I2 R2 = 100 – 1 . 20 = 80 V.

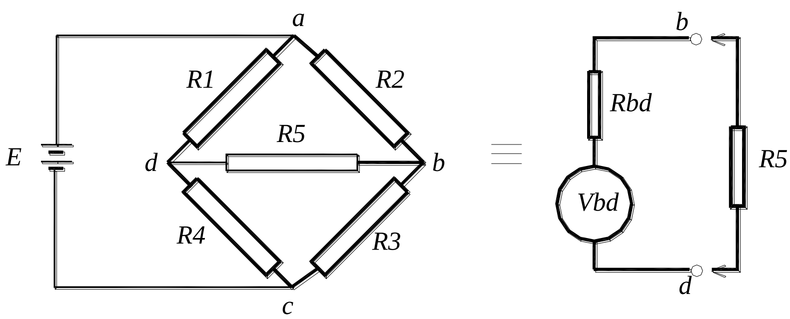
Seguidamente, se determina la resistencia entre los puntos “b” y “d” con la fuente en cortocircuito, o con el circuito equivalente que sigue:




en el que se aprecia R1 en paralelo con R4 y R2 en paralelo con R3 y las resultantes de ambas, en serie. Así:

$$Rbd = \frac{R1 \cdot R4}{R1 + R4} + \frac{R2 \cdot R3}{R2 + R3} = \frac{20 \cdot 5}{20 + 5} + \frac{20 \cdot 80}{20 + 80} = 4 + 16 = 20\ \Omega$$

Ahora, se sustituye el circuito original por el calculado aplicado el Teorema de Thevenin

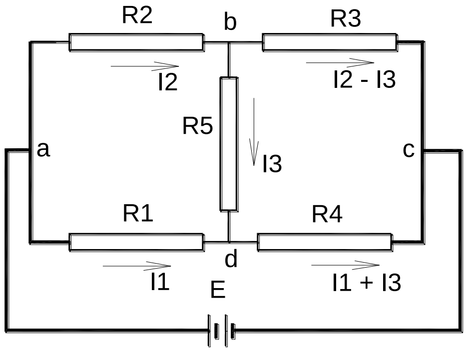



en el que Vbd = 60 V Y Rbd = 20 ohm.

$$I5 = \frac{Vbd}{Rbd + R5} = \frac{60}{40 + 20} = 1\ A$$ y la corriente circula de “b” a “d”

V5 = I5 . R3 = 1 . 40 = 40 V. siendo “b” positivo con respecto a “d”.

Resolución del circuito puente de resistencia por el método de las mallas (más complejo porque exige la resolución total del circuito):




Considérese el circuito como se muestra en la figura de la derecha y aplíquese la ley de tensiones de Kirchoff de la manera siguiente:

Malla abc : E = I1 R2 + I1 R3 – I3 R3
Malla adc : E = I1 R1 + I1 R4 + I3 R4
Malla abdc: E = I2 R2 + I3 R5 + I1 R4 + I3 R4

Dando valores:

| | | |
|---|---|---|
| 100 = 20 I2 + 80 I2 – 80 I3 | 1,25 = 1,25 I2 – I3 | (1) |
| 100 = 20 I1 + 5 I1 + 5 I3 | 20 = 5 I1 + I3 | (2) |
| 100 = 20 I2 + 40 I3 + 5 I1 + 5 I3 | 20 = I1 + 4 I2 + 9 I3 | (3) |

Sumando (1) y (2) 21,25 = 1,25 I2 + 5 I1 (4)

Resolviendo (1) . 9 + (3) 11,25 = 11,25 I2 – 9 I3 31,25 = 15,25 I2 + I1 (5)
20 = I1 + 4 I2 + 9I3

Resolviendo (4) y (5) : 75 I2 = 135 I2 = 1,8 A.

Despejando I3 en (1) I3 = 1,0 A

Despejando I1 en (2) I1 = 3,80 A

Ya se pueden calcular las caídas de tensión en cada resistencia:

V1 = I1 R1 = 3,80 . 20 = 76 V Vd = E – V1 = 100,00 – 76,00 = 24 V
V2 = I2 R2 = 1,80 . 20 = 36 V Vb = E – V2 = 100,00 – 36,00 = 64 V

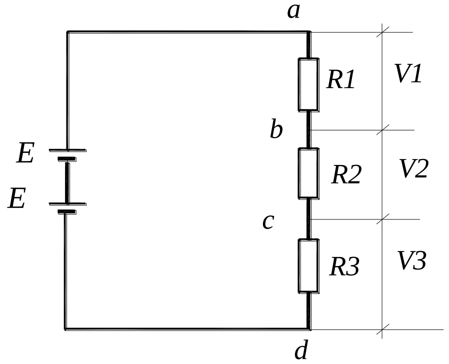
Al ser Vb > Vd la intensidad de corriente circulará de “b” a “d”, de valor:

$$I3 = \frac{Vb - Vd}{R5} = \frac{64 - 24}{40} = 1,0\ A$$

Mismo valor obtenido por el método Thevenin.

**7.14.** Se dispone, en Taller, de varias baterías de 24 VDC y se precisa, para la comprobación de componentes eléctricos, disponer de las tensiones de 48 VDC, 16 VDC y de 6 VDC.

El circuito a montar sería:
Con fuentes de 24 VDC se pueden conseguir voltajes inferiores mediante el uso de potenciómetros o de divisores de tensión. Voltajes superiores solo se pueden conseguir disponiendo de fuentes en serie. Así, 48 VDC se consiguen con dos baterías de 24 VDC en serie. El circuito necesario sería ( se considera nula la resistencia interna de cada batería):




*E = 24 V*
*R1 = 32 K*
*R2 = 10 K*
*R3 = 6 K*
*V1 = 32 V*
*V2 = 10 V*
*V3 = 6 V*

En el circuito de la figura:

R = R1 + R2 + R3 = 32 + 10 + 6 = 48 K

$$I = \frac{E + E}{R} = \frac{24 + 24}{48} = 1 \text{ mA.}$$

Y las caídas de tensión son las mostradas en la figura.

Con esta disposición, se pueden conseguir:

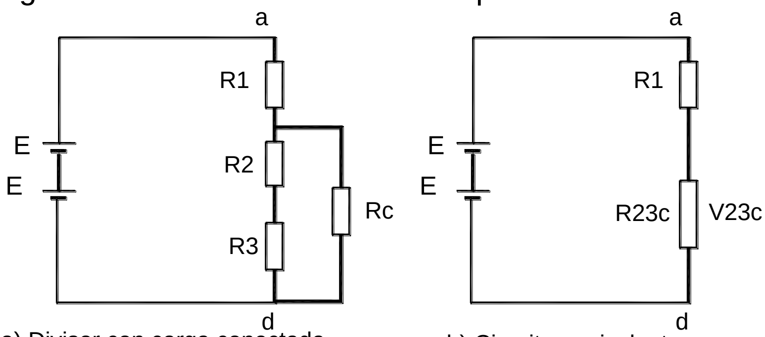
- 32 V. entre los puntos **a** y **b.**
- 42 V. entre los puntos **a** y **c**.
- 16 V. entre los puntos **b** y **d.**
- 6 V. entre los puntos **c** y **d.**
- 48 V. entre los puntos **a** y **d.**

A la hora de pensar en un divisor de tensión es necesario tener en cuenta el consumo del receptor a conectar, como se estudiará en los casos siguientes.

a) Sea un receptor que consume 0,5 Amp. a 16 VDC. La resistencia interna del receptor sería:

$$Rc = \frac{16}{0,5} = 32\ \Omega$$ aplicando la ley de Ohm al receptor.

Luego el circuito divisor de tensión quedaría:




a) Divisor con carga conectada b) Circuito equivalente

afectándole los cálculos siguientes:

$$R23c = \frac{(R2 + R3)\ Rc}{R2 + R3 + Rc} = \frac{(10\,000 + 6\,000)\ 32}{10\,000 + 6\,000 + 32} = 31{,}9 \text{ ohmios}$$

$$R = R1 + R3c = 32000 + 31{,}9 = 32\,031{,}9 \text{ ohm}$$

$$I = \frac{E + E}{R} = \frac{24 + 24}{32\,031{,}9} = 1{,}5 \text{ mA.}$$

V23c = R23c . I = 31,9 . 1,5 = **47,9 milivoltios.**

Resultando que al conectar la carga entre los puntos b y d el voltaje cae de los 16 VDC calculados a 47,9 mVDC, luego el divisor de tensión no es útil para los fines requeridos.

Si se utilizaran para el divisor de tensión los valores siguientes:

R1 = 3,2 Ω R2 = 1,0 Ω y R3 = 0,6 Ω los cálculos serían:

$$R = R1 + R2 + R3 = 3{,}2 + 1{,}0 + 0{,}6 = 4{,}8\ \Omega$$

$$I = \frac{E + E}{R} = \frac{24 + 24}{4{,}8} = 10 \text{ A.}$$

Y los voltajes serían los mismos que en el caso precedente

Al conectar la carga al divisor de tensión, los cálculos serían:

$$R23c = \frac{(R2 + R3)\ Rc}{R2 + R3 + Rc} = \frac{(1+ 0,6)\ 32}{1 + 0,6 + 32} = 1,52 \text{ ohmios}$$

$$R = R1 + R3c = 3,2 + 1,52 = 4,72 \text{ ohmios.}$$

$$I = \frac{E + E}{R} = \frac{24 + 24}{4,72} = 10,17 \text{ A.}$$

V23c = R23c . I = 1,52 . 10,17 = **15,45 voltios.**

Bastante más cerca que en el caso anterior.

**CONCLUSIÓN** : Cuando se diseñe un divisor de tensión, es preciso dar los pasos siguientes:

1. Determinar las características del receptor a conectar al divisor de tensión, calculando su resistencia.

2. Definir las resistencias que conforman el divisor de tensión de modo que sean sensiblemente inferiores a la del receptor a conectar.

3. De este modo, la intensidad de corriente que circula por el divisor de tensión es netamente superior a la que circula por el receptor, se dice que " el receptor no carga al divisor " al circular por el receptor un intensidad muy inferior a la del divisor.

4. Se aprecia que un divisor de tensión es una forma cara de alimentar un receptor, puesto que se requiere una fuente de intensidad más alta que la que requiere el receptor.

5. Determinar las resistencias a instalar en el divisor de tensión:

Potencias disipadas por cada resistencia : P1 = I V1 = 10 . 32 = 320 W
P2 = I V2 = 10 . 10 = 100 W
P3 = I V3 = 10 . 6 = 60 W

R1 debe ser de 3,2 ohm., 500 ó 600 W
R2 debe ser de 1,0 ohm., 300 ó 400 W
R3 debe ser de 0,6 ohm., 200 ó 300 W

Se ve claro que el consumo del divisor de tensión es muy alto, comparado con las prestaciones que se le solicitan.

**CAPITULO 9.**

**9.1.** Se precisa un condensador de 50 µF, 200 V. y se dispone de condensadores de 100 µF, 100 V., de 100 µF 50 V. y de 100 µF 200 V.

- Dos condensadores de 100 µF, 100 V. conectados en serie tendrán una capacidad de

$$\frac{100}{2} = 50\ \mu F$$

cargándose cada uno de ellos, como máximo a 100 V, luego al estar en serie los teóricos 200 V. disponibles se repartirían entre ellos. No obstante, por razones de seguridad sería preferible utilizar los condensadores de 100 µF, 200 V.

**9.2.** Se precisa una capacidad de 90 µF que pueda soportar hasta 400 V. y se dispone de condensadores de 100 µF, 200 V., de 100 µF, 100 V. y de 100 µF 50 V.

Para conseguir 400 V. es preciso conectar en serie dos condensadores de 200 V, ó 4 de 100 V ó 8 de 50 V., pero la capacitancia resultante en serie se hace cada vez más pequeña, luego hay que conseguir una capacidad alta en paralelo y después buscar el voltaje alto. Se pueden hacer tanteos sucesivos, como p.e.:

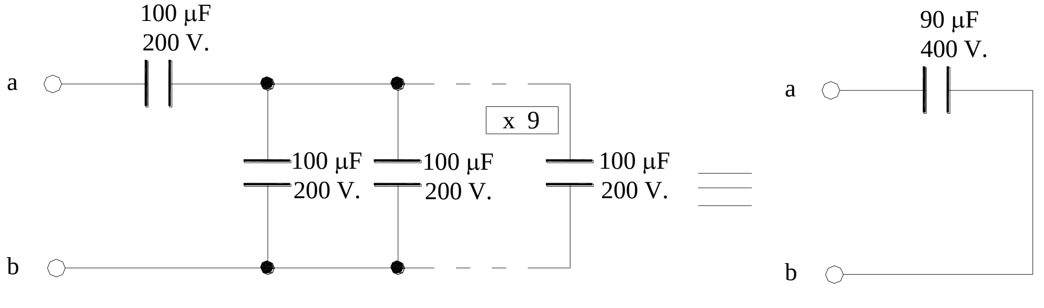
a) poniendo 10 condensadores en paralelo: C = 1. 100 = 1 000 µF y poniendo, a continuación uno de 100 en serie:

$$C = \frac{1\,000 \cdot 100}{1\,000 + 100} = 90{,}9\ \mu F. \text{ Valor superior al solicitado.}$$

b) poniendo 9 condensadores en paralelo y 1 en serie ( todos de 100 µF )

$$C = \frac{(100 \cdot 9) \cdot 100}{(100 \cdot 9) + 100} = 90\ \mu F$$

La tensión se reparte entre el condensador de 100 en serie ( 200 V. ) y el conjunto de 9 condensadores de 100 en paralelo ( los otros 200 V. ) quedando el montaje como se indica.



**9.3.** Se precisa aplicar tensión de 20 V. a un dispositivo a los 2 segundos de que el operario haya oprimido el botón de puesta en marcha. Determinar el circuito a utilizar.

El posible circuito sería un circuito RC tal que el condensador cargue 20 V. a los dos segundos de aplicar tensión. Como las fuentes de tensión más habituales de que se dispone en un hangar son las baterías de 24 V., el problema consistirá en determinar el valor de la constante de tiempo RC necesaria para que el condensador cargue a 20 VDC a los 2 seg. de haber aplicado 24 VDC, como se ve en la figura siguiente

$$V_c = V_{ab}\,(1 - e^{-t/RC}) \qquad 20 = 24\,(1 - e^{-t/RC})$$

$$24\,e^{-t/RC} = 4 \qquad -\frac{2}{RC}\ln e = \ln\frac{1}{6} = -1{,}7918$$

$$RC = \frac{2}{1{,}7918} = 1{,}1162 \text{ segundos.}$$

Se precisa un condensador y una resistencia cuyo producto sea 1,1162.

Con una resistencia de 1 M$\Omega$ $\pm$ 10 % y un condensador de 1 $\mu$F $\pm$ 10% se conseguirían valores:

1 + 10% = 1,1 1 – 10 % = 0,9

1,1 x 1,1 = 1,21seg. 0,9 x 0,9 = 0,81 seg.

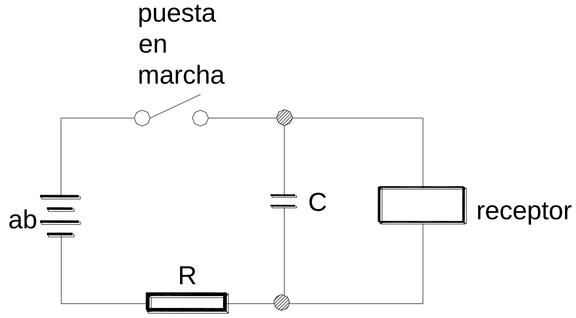
0 sea, de 0,81 a 1,21 seg. tardaría el condensador en cargar 20 VDC, luego estos valores de resistencia y condensador satisfacen la solución.

La intensidad máxima que recorrería la resistencia:

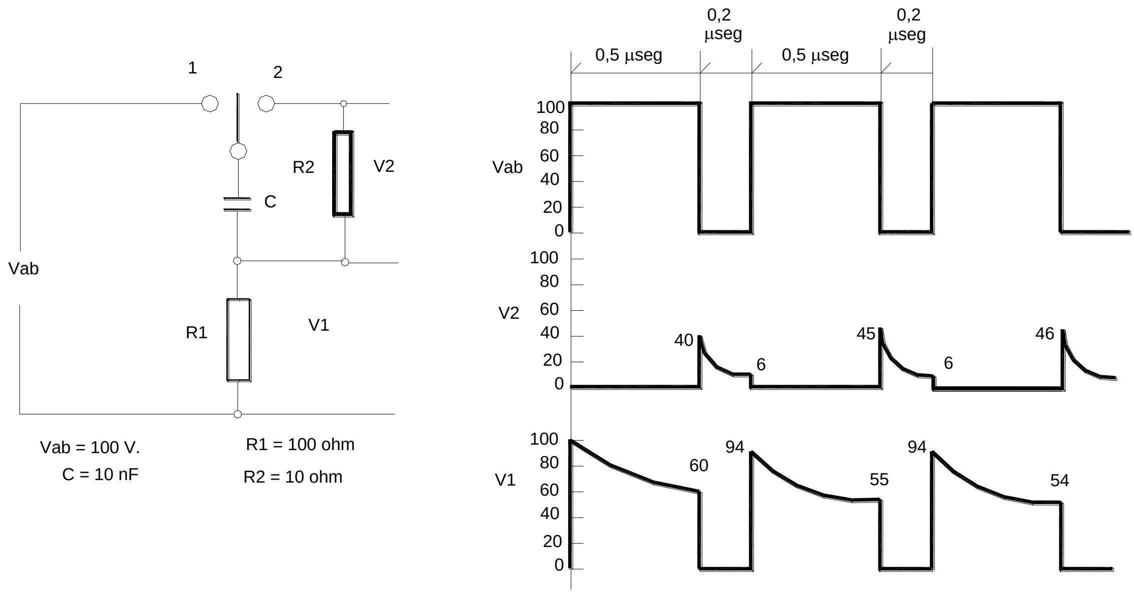
$$I = \frac{24}{1} = 24\ \mu A, \quad \text{luego su potencia} \quad P = 24 \times 24 = 576\ \mu W$$

sería suficiente una resistencia de 1 / 4 W ó 250 m W.

La tensión máxima a que puede cargar el condensador es de 24 V., luego con un condensador de 50 V. sería suficiente.



20 En el circuito de la figura, determinar la forma de onda de los voltajes V1 y V2 cuando las conmutaciones se efectúan a los 0,5 μseg. y a los 0,2 μseg.




Dejemos calculadas las constantes de tiempo de carga y descarga del condensador, habida cuenta que C carga a través de R1 y descarga a través de R2.

$$RC1 = 10^{-8} \cdot 10^{2} = 10^{-6}$$
$$RC2 = 10^{-8} \cdot 10 = 10^{-7}$$

1º- Carga del condensador en un tiempo $t_1$ = 0,5 μseg (conmutador en posición 1):

$$\frac{t_1}{RC1} = \frac{0{,}5 \cdot 10^{-6}}{10^{-6}} = 0{,}5$$

$$V1 = Vab \cdot e^{-t/RC} = 100 \cdot e^{-0{,}5} = 60 \text{ V.}$$

V2 = 0 puesto que está en circuito abierto.

2º. Con el condensador cargado a 40 V. se conmuta de 1 a 2 y se mantiene en 2 durante 0,2 μseg.

$$\frac{t_2}{RC2} = \frac{0{,}2 \cdot 10^{-6}}{10^{-7}} = 2$$

V1 = 0 puesto que, al conmutar, queda en circuito abierto

$$V2 = V1 \cdot e^{-t/RC} = 40 \cdot e^{-2} = 6 \text{ V.}$$

El condensador ha quedado con 6 V.

3º. Se vuelve a conmutar la posición 1 y, durante 0,5 µseg., se aplica la tensión de la fuente a un condensador cargado a 6 V. a través de R1.

$$\frac{t_1}{RC1} = \frac{0,5 \cdot 10^{-6}}{10^{-6}} = 0,5$$

$$V1 = (Vab - V2) \cdot e^{-t/RC} = (100 - 6) \cdot e^{-0,5} = 55 \text{ V.}$$

Como el condensador tenia 6 V : $V_C = 40 + 6 = 45$ V

V2 = 0 puesto que está en circuito abierto.

4º. Se vuelve a conmutar a la posición 2 y, durante 0,2 µseg., se descarga el condensador cargado a 45 V. a través de R2.

$$\frac{T_2}{RC2} = \frac{0,2 \cdot 10^{-6}}{10^{-7}} = 2$$

$$V2 = V1 \cdot e^{-t/RC} = 45 \cdot e^{-2} = 6 \text{ V.}$$

V1 = 0 puesto que está en circuito abierto.

El proceso de carga y descarga se mantiene casi constante.

**CAPITULO 10.**

**10.1.** Determinar la intensidad que es preciso circule por un conductor para crear un campo magnético de 0,18 Teslas a 0,13 mm del conductor. Considerar que el conductor está en el vacío.

$$B = \mu \frac{I}{r} \qquad I = \frac{B \cdot r}{\mu} = \frac{0{,}18 \cdot 0{,}13 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 18{,}6 \text{ A}$$

**10.2.** Calcular el campo magnético creado en el centro de una espira de 2 mm de radio por la que circula una corriente de 50 A.

$$B = \mu \frac{I}{2r} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{50}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 0{,}015 \text{ Teslas}$$

**10.3.** Calcular el campo magnético creado en el interior de un solenoide de 1 800 espiras y 12 cm de longitud por el que circula una intensidad de 50 A.

$$B = \mu \frac{n\,I}{L} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{1\,800 \cdot 50}{12 \cdot 10^{-2}} = 0{,}95 \text{ Teslas}$$

**CAPITULO 11.**

**11.1** Calcular la fem que se induce en una bobina de 10 mH en la que se produce una variación en la intensidad de corriente de 10 A / seg.

$$E = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} = -\ 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = -0{,}1 \ \text{V.}$$

**11.2.** Determinar la fem inducida en una bobina de 20 mH en la que la intensidad de corriente ha bajado de 50 a 20 A. en 2 seg.

$$E = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} = -\ 20 \cdot 10^{-3} \frac{50 - 20}{2} = -0{,}3 \ \text{V.}$$

**11.3.** En un circuito RL formado por una bobina de 10 mH y una resistencia de 100 KΩ, determinar la intensidad que circula a los 0,2 μseg. de aplicar 24 VCC.

Determinar, en primer lugar el nº de constantes de tiempo.

$$\frac{t\,R}{L} = \frac{0{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{5}}{10^{-2}} = 2$$

$$I = \frac{24}{100} \left(1 - e^{-t\,R\,/\,L}\right) = \frac{24}{100} \left(1 - e^{-2}\right) = 0{,}21 \ \text{mA}$$

**11.4.** En el circuito anterior, desde qué instante será máxima la caída de tensión en la resistencia.

$V_R$ es máxima cuando I es máxima y esto ocurre a partir de la 5ª CT o desde que $\frac{t\,R}{L} = 5$ ó $t = \frac{5\,L}{R}$

$$T = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{10^{5}} = 0{,}5 \ \mu \ \text{seg.}$$

**11.5.** En un circuito RC formado por una resistencia de 10 MΩ y un condensador de 2 μF, determinar el instante en que la caída de tensión en la resistencia es igual a la fem entre bornas del condensador.

$$V_R = V_C = V_{ab} ( 1 - e^{-t/RC} ) = V_{ab} . e^{-t/RC} )$$

$$\text{luego} \quad 1 = 2 . e^{-t/RC} \quad \text{ó} \quad e^{-t/RC} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{t}{RC} . \ln e = \ln \frac{1}{2} \qquad -\frac{t}{RC} = - 0{,}6931$$

$$t = 0{,}6931 . 10^{7} . 2 . 10^{-6} = 13{,}86 \text{ seg.}$$

**11.6** Determinar las formas de onda en un circuito RC formado por una resistencia de 50 ohm. y de un condensador de 5 μF cuando se le aplica una onda rectangular de 24 VCC a 100 ciclos / segundo.

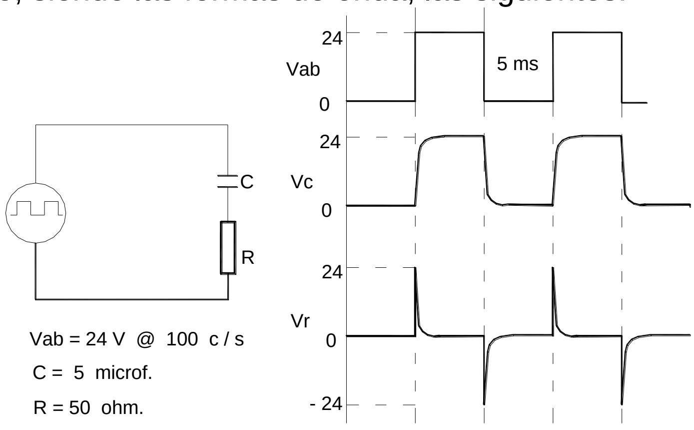
Se determina, en primer lugar, el tiempo que corresponde a cada semiciclo de la onda de entrada:

$$t = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} = 0{,}01 \text{ seg ó 2 períodos de 5 mseg.}$$

Se determina, en segundo lugar el nº de CT para saber qué tipo de CT es:

$$\frac{t}{RC} = \frac{5 . 10^{-3}}{50 . 5. 10^{-6}} = 20$$

Siendo t = 20 RC se dice que la CT es corta, luego el condensador carga y descarga totalmente durante cada ciclo de la tensión de entrada. No es preciso hacer cálculo alguno, siendo las formas de onda, las siguientes:



Nótese la diferencia entre estas formas de onda y las obtenidas en el ejercicio 19. Se dice que la forma de onda obtenida en la resistencia es la diferencial con respecto al tiempo de la función que corresponde a la onda de entrada.
Como dato final, es necesario calcular la potencia de la resistencia.
Como quiera que la intensidad de corriente máxima que puede recorrer la resistencia corresponde a

$$V_c = 0 \quad ó \quad V_r = 24 \quad \text{será} \quad I = \frac{24}{50} = 0,48\ A$$

o sea $\quad P = E \,.\, I = 24 \,.\, 0,48 = 11,52\ W$

La resistencia a instalar deberá disipar 15 o más vatios.

Nótese que en circuitos con resistencia de valor igual a miles de ohmios, con una fuente de 24 V., no se ha hecho hincapié en la potencia a disipar por la resistencia. Esto es debido a que la intensidad es de unos pocos miliamperios por lo que la potencia a disipar por la resistencia será pequeña. No obstante, <u>siempre que se tenga que montar un circuito, es imprescindible calcular esta potencia.</u> Estas formas de onda hacen ver que la obtenida en la resistencia es la derivada de la tensión aplicada.

**11.7.** Determinar las formas de onda obtenidas en el condensador y en la resistencia de un circuito RC formado por una resistencia de 5 000 ohmios y un condensador de 2,5 microfaradios cuando se le aplica una onda rectangular de 12 VCC a 200 ciclos por segundo.

Como en el ejercicio anterior, se determinan los tiempos de Vab = 12 V y de Vab = 0 V

$$t = \frac{1}{f} = \frac{1}{200} = 0,005 \text{ seg} \quad ó \quad 2,5 \text{ mseg. cada semiperiodo.}$$

Seguidamente, se determina el nº de CT.

$$\frac{t}{RC} = \frac{2,5 \,.\, 10^{-3}}{5 \,.10^{3} \,.\, 2,5 \,.\, 10^{-6}} = 0,2 \quad \text{luego la CT es larga.}$$

Es necesario calcular los ciclos de carga y descarga del condensador, sabiendo que el condensador va a cargar y descargar muy poco.

$$V_c = V_{ab} ( 1 - e^{-t/RC} ) = 12 ( 1 - e^{-0,2} ) = 12 ( 1 - 0,819 ) = 2,2\ V.$$

1º período : Vr = 9,8 V. Vc = 2,2 V.

El condensador, en el 2º período descarga:

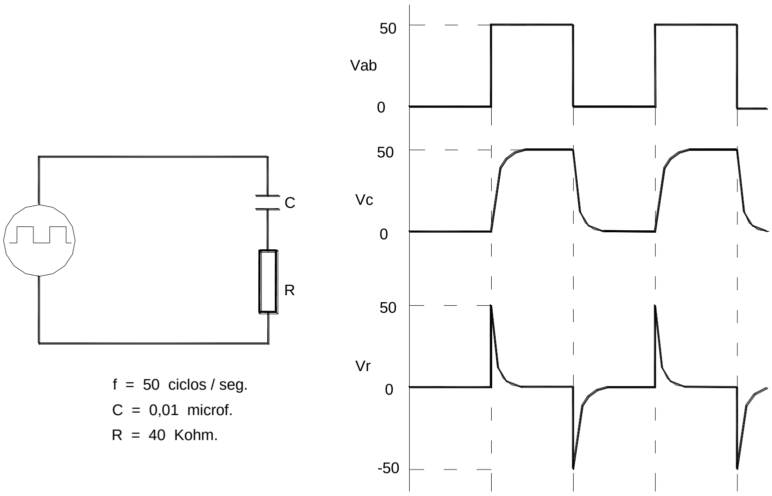
$$V_c = V_o ( e^{-t/RC} ) = 2,2 \,.\, e^{-0,2} = 2,2 \,.\, 0,819 = 1,80\ V$$

2º período : Vr = - 1,80 V Vc = 1,80 V.

En el 3º período, el condensador tiene que cargar desde 1,80 V. a 12 V., que se puede efectuar haciendo que cargue a 12 – 1,8 = 10,2 V. y a la carga obtenida sumar los 1,8 V. adquiridos.

$$Vc = 10,2 \ ( 1 – 0,819 ) = 1,85 \text{ V} + 1,8 = 3,65 \text{ V.}$$

3º período : Vr = 8,35 V Vc = 3,65 V.




Finalmente, la potencia máxima que disipará la resistencia será:

$$P = E^2 / R = 12 . 12 / 5\,000 = 29 \text{ mW}$$

Y la potencia media: $P = E^2 / R = 6 . 6 / 5\,000 = 7,2 \text{ mW}$

Una resistencia de ¼ W, ó 250 mW cubre sobradamente la necesidades del circuito.

**11.8.** Determinar las formas de onda de voltaje en condensador y en resistencia y la forma de onda de corriente obtenidas en un circuito RC serie formado por un condensador de 5 nF y una resistencia de 6 Megohm. cuando se aplican las formas de onda que se indican. Determinar el tipo de constante de tiempo.

1. Vab = 100 V T1 = 750 mseg. T2 = 750 mseg.
2. Vab = 100 V T1 = 300 mseg. T2 = 300 mseg.
3. Vab = 100 V T1 = 60 mseg. T2 = 60 mseg.
4. Vab = 100 V T1 = 3 mseg. T2 = 3 mseg.

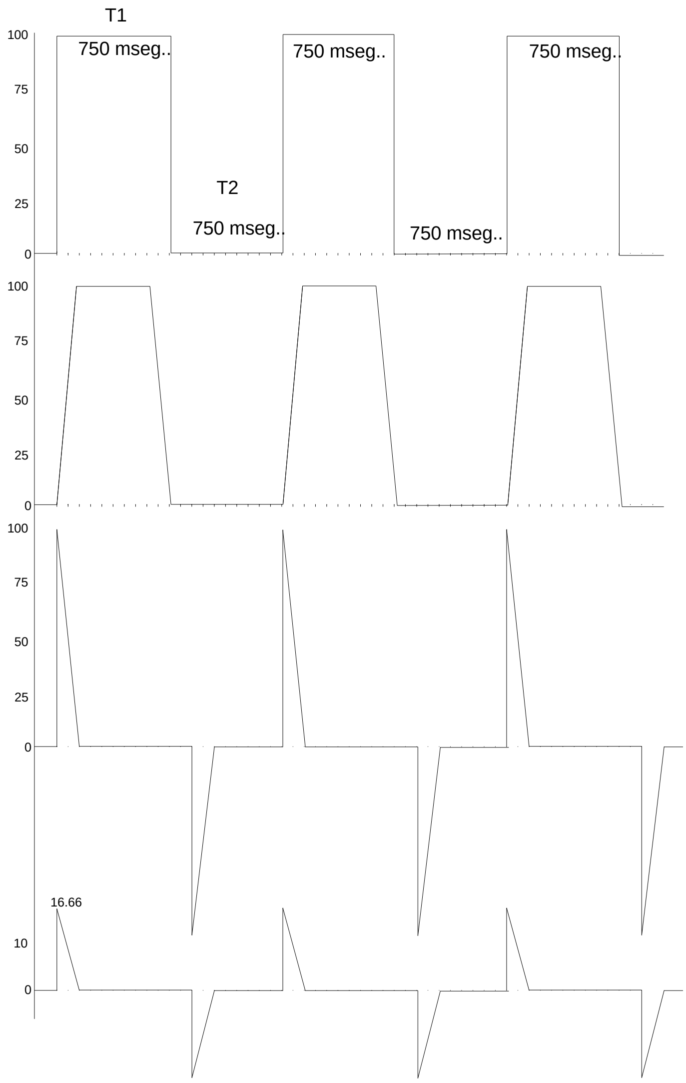
1. Los calculos a efectuar serían:

$$R\,C = 6 \,.\, 10^{6} \,.\, 5 \,.\, 10^{-9} = 30 \,.\, 10^{-9} = 30 \text{ mseg.}$$

$$N^{o}\,CT = \frac{T}{RC} = \frac{750}{30} = 25 \text{ CT} \qquad I\,max = \frac{100}{6} = 16{,}66\ \mu A$$

Como T >> RC la constante de tiempo es corta (considerar muy corta)

Se sabe que un condensador se considera cargado a las 5 CT. Igualmente se considera que a un tiempo igual a 5CT el condensador ha descargado totalmente. En este caso, el condensador ha cargado y descargado en 30 . 5 = 150 mseg. permaneciendo cargado y descargado los restantes 600 mseg. que dura el tiempo de aplicación de la señal. Las formas de onda obtenidas serían las siguientes: (nótese que se ha dividido el tiempo en fracciones de 75 seg., luego en dos partes,150 mseg, el condensador ha cargado o descargado quedando en reposo las otras ocho partes o 600 mseg.




CONSTANTE DE TIEMPO CORTA

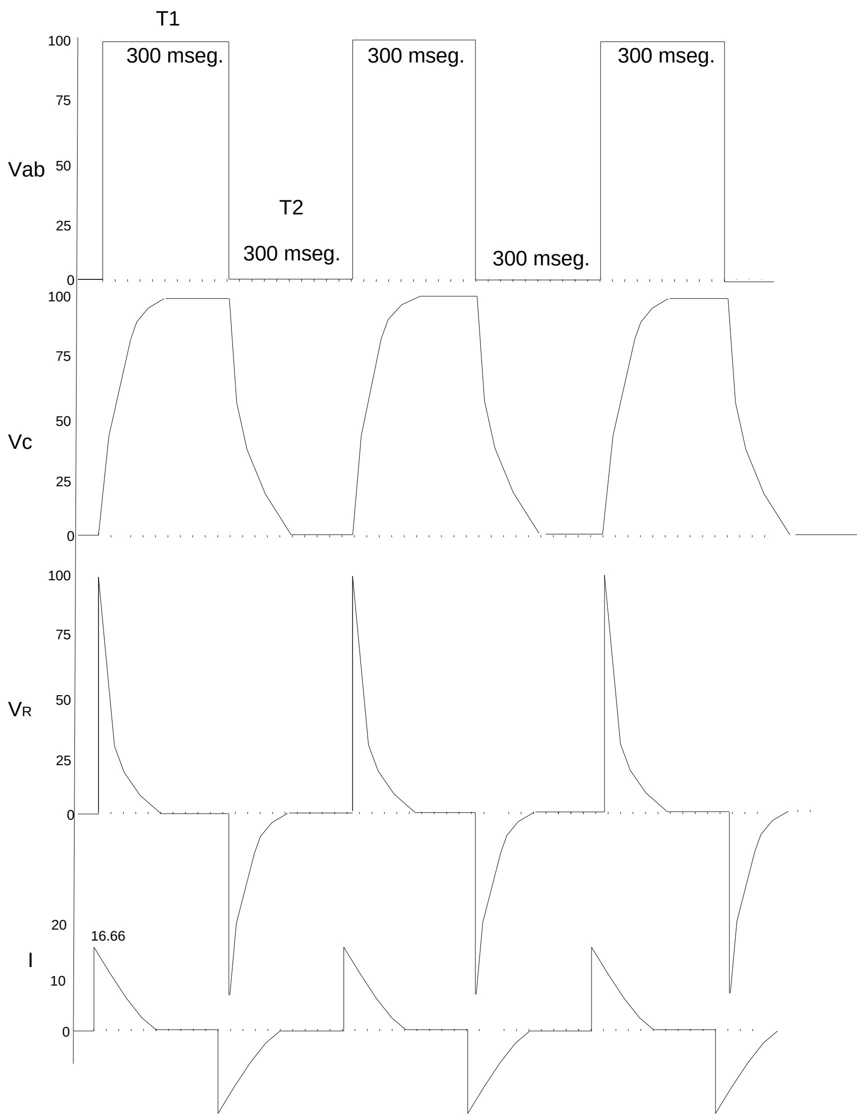
2. Los calculos a efectuar serían:

$$R\,C = 6 \,.\, 10^{6} \;.\; 5 \,.\, 10^{-9} = 30 \,.\, 10^{-9} = 30 \text{ mseg.}$$

$$\text{Nº CT} = \frac{T}{RC} = \frac{300}{30} = 10 \text{ CT} \qquad I\,max = \frac{100}{6} = 16{,}66\ \mu A$$

Como T > RC la constante de tiempo es corta.

Como un condensador se considera cargado ó descargadoa las 5 CT, el condensador ha cargado y descargado en 30 . 5 = 150 mseg. permaneciendo cargado y descargado los restantes 150 mseg. que dura el tiempo de aplicación de la señal. Las formas de onda obtenidas serían las siguientes:
(nótese que se ha dividido el tiempo en fracciones de 30 seg., luego en cinco partes,150 mseg, el condensador ha cargado o descargado quedando en reposo las otras cinco partes o 150 mseg.




CONSTANTE DE TIEMPO CORTA

3. Los calculos a efectuar serían:

$$R\,C = 6 \cdot 10^{6} \cdot 5 \cdot 10^{-9} = 30 \cdot 10^{-9} = 30 \text{ mseg.}$$

$$N^o\,CT = \frac{60}{RC} = \frac{60}{30} = 2 \text{ CT}$$

Como T ≅ RC la constante de tiempo es media.

Como un condensador se considera cargado ó descargado a las 5 CT, el condensador no ha completado su carga cuando empieza a descargar.

En el primer proceso de carga, o durante la carga del primer impulso, el condensador adquiere el 86,5% del voltaje aplicado (dos constantes de tiempo):

$$V_{C1} = 100 \cdot 0{,}865 = 86{,}5 \text{ V}$$

mientras que en la resistencia, el voltaje ha pasado de 100 V a 100 – 86,5 = 13,5 V.

La intensidad e corriente ha pasado de su valor máximo de $\frac{100}{6} = 16{,}66\ \mu A$ a

$$I\ min = \frac{13{,}5}{6} = 2{,}\ 25\ \mu A$$

Ahora, el voltaje de la fuente se hace cero, el condensador empieza a descargar a través de la resistencia, en la resistencia se invierte el voltaje ya que el condensador ahora es la fuente y la intensidad empieza a circular en sentido contrario al de la carga del condensador.

La carga que queda en el condensador es : $V'_{C1} = V_{C1} \cdot 13{,}5\% = 86{,}5 \cdot 0{,}135 = 11{,}6$ V.

La resistencia pasa de – 86,5 V a – 11,6 V.

La intensidad de corriente pasa de $\frac{86{,}5}{6} = 14{,}4\ \mu A$ a $\frac{11{,}6}{6} = 1{,}9\ \mu A$

Durante el segundo impulso de carga ocurre:

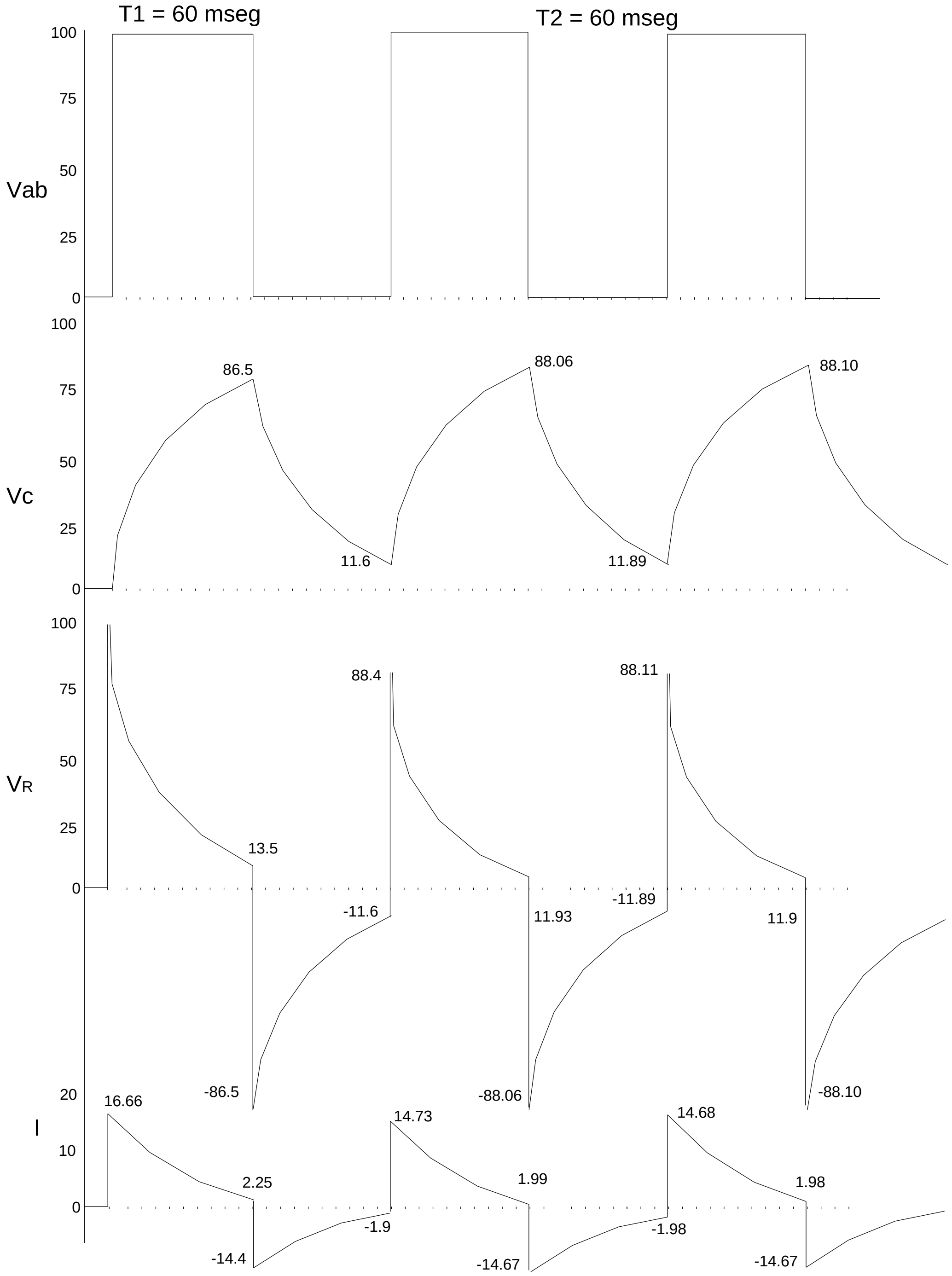
El condensador se carga desde 11,6 V a 100 V en un 86,5%, lo que es lo mismo que decir que el condensador carga a

$$V_{C2} = (100 - 11{,}6) \cdot 0{,}865 + 11{,}6 = 88{,}06 \text{ V.}$$

La resistencia pasa de (100 – 11,6) = 86,4 V. (valor de la fuente menos carga que ha quedado en el condensador) a (100 – 88,06) = 11,93 V.

La intensidad de corriente pasa de $\frac{88{,}4}{6} = 14{,}73\ \mu A$ a $\frac{11{,}93}{6} = 1{,}99\ \mu A$

El alumno podrá calcular el impulso siguiente en descarga y carga, verificando los datos expuestos en la figura siguiente:




CONSTANTE DE TIEMPO MEDIA

4. Los calculos a efectuar serían:

$$R\,C = 6 \,.\, 10^{6} \,.\, 5 \,.\, 10^{-9} = 30 \,.\, 10^{-9} = 30 \text{ mseg.}$$

$$N^{o}\ CT = \frac{60}{RC} = \frac{3}{30} = 0{,}1 \text{ CT}$$

Como T << RC la constante de tiempo es larga (considerar muy larga).

Como un condensador se considera cargado ó descargado a las 5 CT, el condensador apenas ha cargado cuando empieza a descargar.

En el primer proceso de carga, o durante la carga del primer impulso, el condensador adquiere el 10% del voltaje aplicado (0,1 constantes de tiempo):

$$V_{c1} = 100 \,.\, 0{,}10 = 10{,}0 \text{ V}$$

mientras que en la resistencia, el voltaje ha pasado de 100 V a 100 – 10,0 = 90 V.

La intensidad e corriente ha pasado de su valor máximo de $\frac{100}{6} = 16{,}66\ \mu A$ a

$$I\ min = \frac{90}{6} = 15\ \mu A$$

Ahora, el voltaje de la fuente se hace cero, el condensador empieza a descargar a través de la resistencia, en la resistencia se invierte el voltaje ya que el condensador ahora es la fuente y la intensidad empieza a circular en sentido contrario al de la carga del condensador.

La carga que queda en el condensador : $V'_{c1} = V_{c1} \,.\, 90\% = 10{,}0 \,.\, 0{,}9 = 9{,}0$ V.

La resistencia pasa de – 10,0 V a – 9,0 V.

La intensidad de corriente pasa de $\frac{10}{6} = 1{,}66\ \mu A$ a $\frac{9}{6} = 1{,}5\ \mu A$

Durante el segundo impulso de carga ocurre:

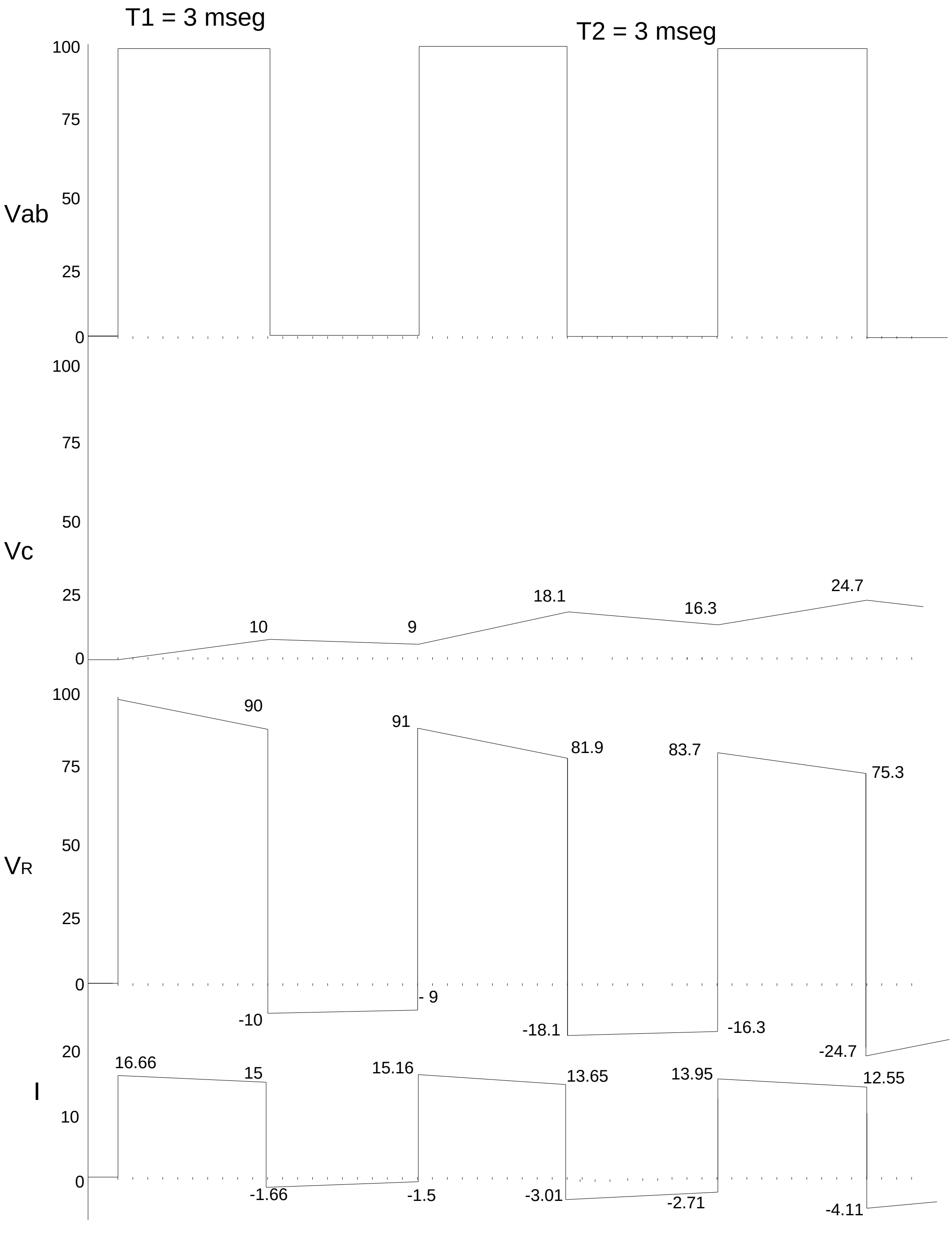
El condensador se carga desde 9,0 V a 100 V en un 10%, lo que es lo mismo que decir que el condensador carga a

$$V_{c2} = (100 – 9{,}0) \,.\, 0{,}1 + 9{,}0 = 18{,}1 \text{ V.}$$

La resistencia pasa de (100 – 9,0) = 91,0 V. (valor de la fuente menos carga que ha quedado en el condensador) a (100 – 18,1) = 81,9 V.

La intensidad de corriente pasa de $\frac{91{,}0}{6} = 15{,}16\ \mu A$ a $\frac{81{,}9}{6} = 13{,}65\ \mu A$

El alumno podrá calcular el impulso siguiente en descarga y carga, verificando los datos expuestos en la figura siguiente:




CONSTANTE DE TIEMPO LARGA

**11.9** Determinar las formas de onda obtenidas en el condensador y en la resistencia de un circuito RC formado por una resistencia de 5 000 ohmios y un condensador de 2,5 microfaradios cuando se le aplica una onda rectangular de 12 VCC a 200 ciclos por segundo.

Se determinan los tiempos de Vab = 12 V y de Vab = 0 V.

$$t = \frac{1}{f} = \frac{1}{200} = 0{,}005 \text{ seg} \quad \text{ó } 2{,}5 \text{ mseg. cada semiperiodo.}$$

Seguidamente, se determina el nº de CT.

$$\frac{T}{RC} = \frac{2{,}5 \,.\, 10^{-3}}{5 \,.10^{3} \,.\, 2{,}5 \,.\, 10^{-6}} = 0{,}2 \quad \text{luego la CT es larga.}$$

Es necesario calcular los ciclos de carga y descarga del condensador, sabiendo que el condensador va a cargar y descargar muy poco.

$$Vc = Vab\,(1 - e^{-t/RC}) = 12\,(1 - e^{-0{,}2}) = 12\,(1 - 0{,}819) = 2{,}2 \text{ V.}$$

1º período : Vr = 9,8 V. Vc = 2,2 V.

El condensador, en el 2º período descarga:

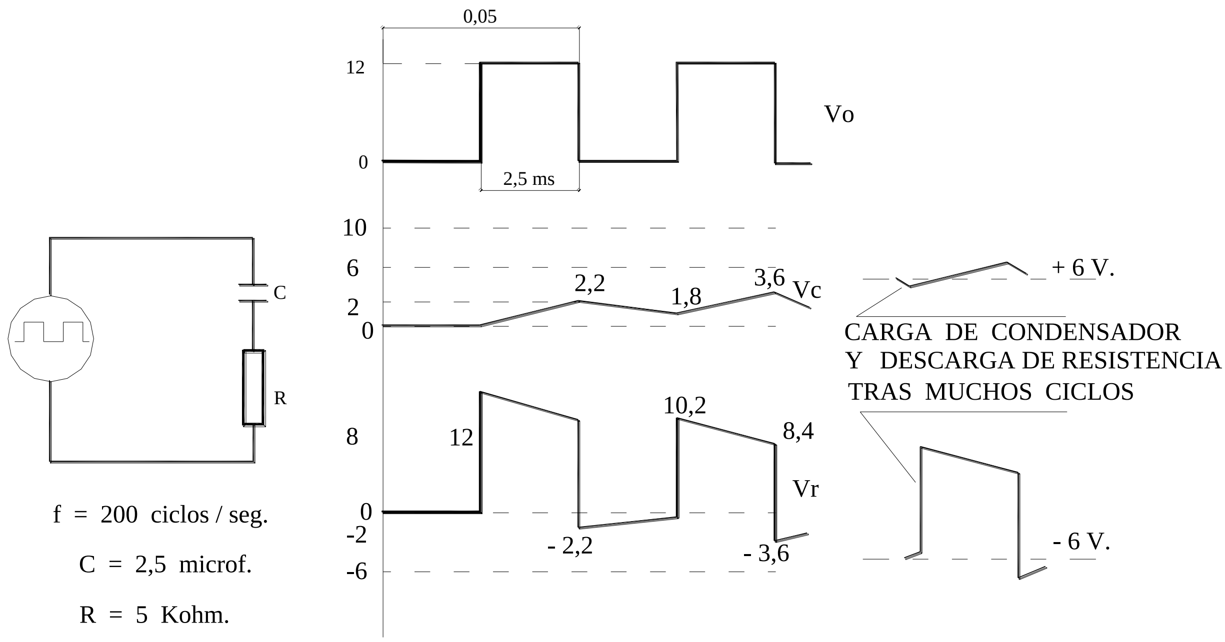
$$Vc = Vo\,(e^{-t/RC}) = 2{,}2 \,.\, e^{-0{,}2} = 2{,}2 \,.\, 0{,}819 = 1{,}80 \text{ V}$$

2º período : Vr = - 1,80 V Vc = 1,80 V.

En el 3º período, el condensador tiene que cargar desde 1,80 V. a 12 V., que se puede efectuar haciendo que cargue a 12 – 1,8 = 10,2 V. y a la carga obtenida sumar los 1,8 V. adquiridos.

$$Vc = 10{,}2\,(1 - 0{,}819) = 1{,}85 \text{ V} + 1{,}8 = 3{,}65 \text{ V.}$$

3º período : Vr = 8,35 V Vc = 3,65 V.




Finalmente, la potencia máxima que disipará la resistencia será:

$$P = E^2 / R = 12 . 12 / 5\,000 = 29 \text{ mW}$$

Y la potencia media: $P = E^2 / R = 6 . 6 / 5\,000 = 7{,}2 \text{ mW}$

Una resistencia de ¼ W, ó 250 mW cubre sobradamente la necesidades del circuito.

**11.10.** Determinar la fem inducida en un conductor rectilíneo de 30 cm de longitud que se desplaza a una velocidad de 1,6 m/seg perpendicular a las líneas de fuerza de un campo magnético de 6,3 Teslas.

$$E = B . v . l = 6{,}3 . 1{,}6 . 30 . 10^{-2} = 3{,}02 \text{ V.}$$

**11.11.** Determinar la fuerza que experimenta un conductor rectilíneo de 20 cm. de longitud por el circula una corriente de 25 A., cuando se le introduce perpendicular a las líneas de fuerza de un campo magnético de 2 Teslas.

$$F = B . i . l = 2 . 25 . 20 . 10^{-2} = 10 \text{ Newton}$$

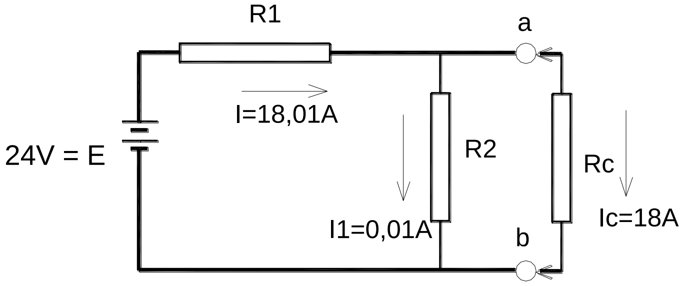
## CAPITULO 12.

**12.1** Determinar la tensión a aplicar a un motor de CC, bobinado serie, que tiene 104 conductores activos, 4 polos, 2 pares de derivaciones, un flujo útil por polo de 0,8 . $10^{-3}$ Teslas . $m^2$, siendo la resistencia del inducido de 0,8 ohmios, y consume 18 A. a 1 500 rps.

$$N = \frac{V_{ab} - I_a R_a}{\varnothing \cdot n \cdot \frac{P}{c}} \qquad 1\,500 = \frac{V_{ab} - 18 \cdot 0{,}8}{0{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 104 \cdot 2 / 2}$$

$$V_{ab} - 14{,}4 = 1{,}2 \qquad V_{ab} = 15{,}6 \text{ V.}$$

**12.2.** En el ejercicio anterior, determinar el divisor de tensión a instalar para accionar el motor en el taller donde se dispone de baterías de 24 V. 45 Ah.




El esquema podría ser el indicado en la figura anterior, en la que se aprecia que la carga demanda 18 A a 15,6 V, luego la caída de tensión en R2 tiene que ser de 15,6 V y la caída en R1 tiene que ser de 8,4 V.

Los 18 A. que demanda la carga tienen que circular por R1, además de la intensidad que circule por R2, que se puede hacer tan pequeña como se desee, con el fin de no sobrecargar la batería. Se elige, pues una intensidad de corriente de 10 mA. Las intensidades quedan, pues, definidas según el esquema anterior.

Los valores de las resistencias serán:

$$R1 = \frac{V1}{I} = \frac{8{,}4}{18{,}01} = 0{,}466 \text{ ohm.}$$

$$P1 = V1 \cdot I = 8{,}4 \cdot 18{,}01 = 151{,}3 \text{ W}$$

Luego se precisa una resistencia bobinada de 1 ohm. 300 W., que es difícil de encontrar. Una posible solución sería tomar un brasero eléctrico y quitarle vueltas al devanado hasta lograr la resistencia necesaria.

Los valores de R2 seerían:

$$R2 = \frac{Vc}{Ic} = \frac{15,6}{0,01} = 1560 \text{ ohm.}$$

$$P2 = 15,6 \cdot 0,01 = 0,156 \text{ W}$$

Se precisa una resistencia de unos 1500 ohm , ¼ W, fácil de encontrar.

**12.3** Determinar el rendimiento de un motor de CC sabiendo que cuando se le aplica una tensión de 24 VCC consume 12 A, gira a 200 rpm y desarrolla un par útil de 12,8 Newton . metro.

$$\text{Rendimiento } (\eta) = \frac{\text{Par útil (Pu)}}{\text{Potencia absorbida (Pa)}} =$$

$$= \frac{Mu \cdot \omega \ \ (nw \cdot m \ \ . \ \ rad / seg)}{U \cdot I \ \ (V \cdot A)} = \frac{12,8 \cdot \dfrac{200 \cdot 2\pi}{60}}{24 \cdot 12} =$$

$$= \frac{12,8 \cdot 3,33 \cdot 2\pi}{24 \cdot 12} = 0,93$$

**CAPITULO 13.**

**13.1.** Determinar el valor máximo de la tensión de la red comercial en España.

Siendo el valor eficaz de la Red española de 230 V.:

$$V_{max} = E_{ef} \cdot \sqrt{2} = 230 \cdot 1.41 = 325{,}3 \text{ V.}$$

Dato que será preciso tener en cuenta cuando se estudien fuentes de alimentación.

**13.2.** Un alternador trifásico de avión, conectado en estrella, entrega una fem de 208 V., medidos entre fases, a una frecuencia de 400 Hz. La tensión medida entre fase y neutro será:

$$E_{fn} = \frac{E_{ff}}{\sqrt{3}} = \frac{208}{1{,}73} = 120 \text{ V.}$$

**13.3** Determinar los amperios de corriente que consumirá un motor alimentado a 24 VCC, cuando entrega una potencia de 1 / 3 HP con un rendimiento del 75%.

$$\eta = \frac{P_u}{P_{abs}} = \frac{746/3}{24 \cdot I} = 0{,}75 \qquad I = \frac{746/3}{24 \cdot 0{,}75}$$

$$I = 13{,}8 \text{ A}$$

**13.4.** Determinar el periodo de la Red Eléctrica Comercial española.

Como la frecuencia de esta Red es de 50 Hz., el periodo es:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0{,}02 \text{ seg} = 20 \text{ mseg.}$$

0 sea, el voltaje presente en una toma de corriente de una vivienda española adquiere un valor de + 325,3 V. cada 20 milisegundos.

**13.5.** Determinar el periodo de una frecuencia de 125 MHz.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{125 \cdot 10^{6}} = 0{,}008 \cdot 10^{-6} \text{ seg} = 8 \text{ nanosegundos}$$

**13.6.** Dadas dos tensiones de corriente alterna desfasadas 90º, se puede afirmar que:

Sus valores instantáneos, al igual que los valores, también instantáneos, de las reactancias, impedancias, intensidades y potencias de los circuitos a los que se apliquen, serán cero en una de ellas cuando sean máximos en la otra.

En efecto, al tratarse de funciones senoidales:

Sen 0 º = 1 sen 90 º = 0

**13.7.** Determinar el voltaje a que debe funcionar un motor trifásico conectado a la Red Comercial Eléctrica española.

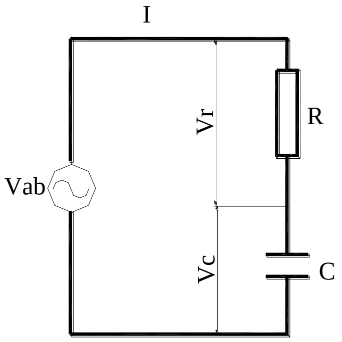
Al hablar de un motor trifásico se esta refiriendo a un motor alimentado con corriente alterna trifásica, cuya relación con la corriente alterna monofásica es $\sqrt{3}$ ó

$$230 \cdot \sqrt{3} = 400 \text{ V. ( tensión entre fases )}$$

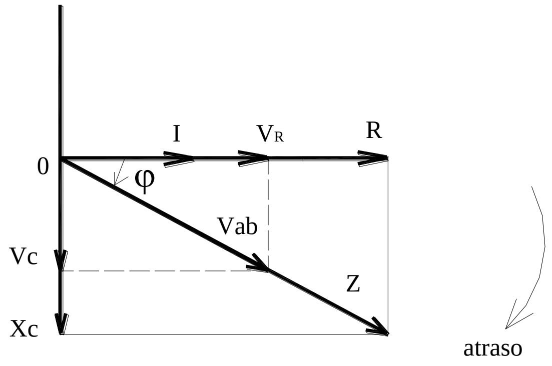
## CAPITULO 14.

**14.1.** Calcular reactancia capacitiva, impedancia, Intensidad y caídas de tensión en un circuito RC serie, siendo R = 9 Ω, C = 265 μF cuando se alimentan con una corriente alterna de 120 V. a 50 Hz.

El circuito sería el representado en a) de la figura siguiente y los vectores aplicables tendrían la posición relativa mostrada en b) de la misma figura, ya que como, en el condensador la intensidad se adelanta a la tensión ha de estar I adelantada a Vc 90º, Vr en el eje real al igual que R, y la reactancia capacitiva retrasada 90º a R. El ángulo de atraso, φ, se puede calcular mediante el triángulo de reactancia – resistencia. El problema se resuelve, pues, resolviendo el diagrama vectorial mostrado en b).




a)




b)

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 50 \cdot 265 \cdot 10^{-6}} = 12\ \Omega$$

$\overline{X}_C = 12 \angle -90$ $\qquad \overline{R} = 9 \angle 0$ $\qquad \overline{Z} = 9 - 12j$

$Z = \sqrt{9^2 + 12^2} \angle \operatorname{arctg} -12/9 = 15 \angle -53{,}1^\circ$

$Vr = Vab \cdot \cos\varphi = 120 \cdot \cos 53{,}1^\circ = 120 \cdot 0{,}6 = 72$ V.

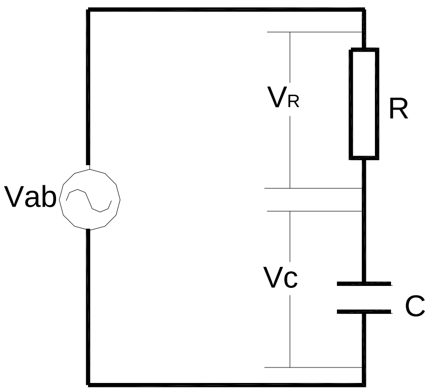
$Vc = Vab \cdot \operatorname{sen}\varphi = 120 \cdot \operatorname{sen} 53{,}1^\circ = 120 \cdot 0{,}8 = 96$ V

$\overline{Vr} = 72 \angle 0^\circ \qquad \overline{Vc} = 96 \angle -90^\circ \qquad \overline{Vab} = 72 - 96j = 120 \angle -53{,}1^\circ$

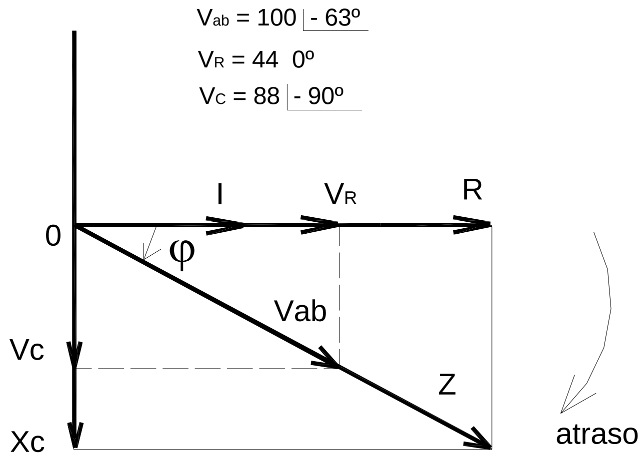
$$I = \frac{\overline{Vab}}{\overline{Z}} = \frac{120 \angle -53{,}1^\circ}{15 \angle -53{,}1^\circ} = 8 \angle 0^\circ$$

**14.2.** Calcular reactancia capacitiva, impedancia, caídas de tensión e intensidad de corriente en un circuito RC serie, siendo R = 20 KΩ C = 0,01 μF cuando la fuente es de 100 V. a 400 Hz.

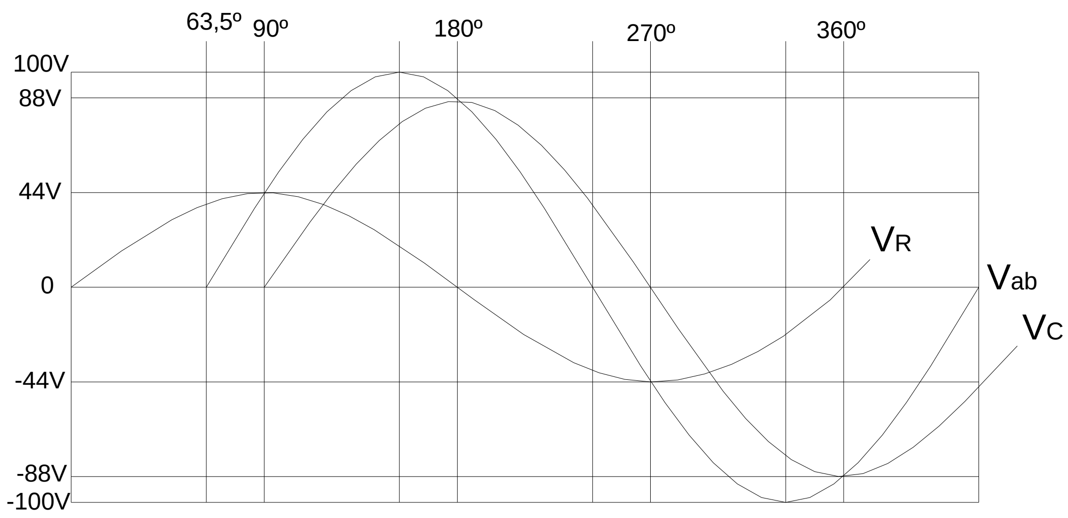
Al igual que en el ejercicio anterior, se pintan los triángulos de reactancia – resistencia y de voltajes considerando la intensidad del circuito en el eje real, obteniendo la representación b).



a)



b)



c)

Seguidamente, se efectúan los cálculos de reactancia, impedancia, intensidad de corriente en el circuito y voltajes en cada componente, con los resultados siguientes:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 400 \cdot 10^{-8}} = 40\ K\Omega$$

$\overline{X}_C = 40\ K \underline{|-90}$ $\overline{R} = 20\ K \underline{|0}$ $\overline{Z} = 20 - 40\ j$

$$Z = \sqrt{20^2 + 40^2} \; \underline{|\ \text{arctg} - 40 / 20} = 44{,}7\ \text{K}\ \underline{|\ -63{,}4º}$$

$$I = \frac{Vab}{Z} = \frac{100}{44{,}7} = 2{,}2\ \text{mA}\ \underline{|\ 0º} \quad (\text{ en el eje real })$$

$$Vr = I\ .\ R = 2{,}2\ .\ 20 = 44\ V \quad (\text{ en el eje real })$$

$$Vc = I\ Xc = 2{,}2\ .\ 40 = 88\ V \quad (\text{ en el eje imaginario })$$

$$Vab = \sqrt{44^2 + 88^2} = \sqrt{1936 + 7744} \approx 100\ V \quad (\text{como comprobación}).$$

Finalmente, se obtienen las formas de onda de voltaje que se muestran en c), donde se tiene que cumplir que, en cada instante de tiempo,:

$$E\ \underline{|\ \varphi\ } = V_C\ \underline{|\ -90º} + V_R\ \underline{|\ 0º}$$

En este caso se cumple que $100\ \underline{|\ -63{,}5º\ } = 88\ \underline{|\ -90º} + 44\ \underline{|\ 0º}$

puesto que la representación se ha realizado a escala y se puede observar:

a) A 90º, en cuyo instante $V_C = 0 \Rightarrow V_R = V_{ab}$

b) A 180º en cuyo instante $V_R = 0 \Rightarrow V_C = V_{ab}$

b) A 270º — 63,5º en cuyo instante $V_{ab} = 0 \Rightarrow V_C = - V_R$

(con $V_{ab} = 0 \Rightarrow V_C$ y $V_R$ quedan en paralelo)

**14.3.** Calcular las potencias activas, reactivas y aparentes de los componentes de los circuitos anteriores, 14.1 y 14.2

a) En el ejercicio 14.1:

$Pr = Vr\ .\ I = 72\ \underline{|\ 0º}\ .\ 8\ \underline{|\ 0º} = 576$ vatios reales

$Px = Vc\ .\ I = 96\ \underline{|\ -90º}\ .\ 8\ \underline{|\ 0º} = 768$ voltioamperio reactivo

$Pa = Vab\ .\ I = 120\ \underline{|\ -53{,}1º}\ .\ 8\ \underline{|\ 0º} = 960\ \underline{|\ -53{,}1º}$ voltioamperios

Factor de potencia $fp = \cos 53{,}1º = 0{,}6$

Comprobación $Pa = \sqrt{Pr^2 + Pa^2} = \sqrt{576^2 + 768^2} = 960\ VA$

b) En el ejercicio 14.2:

$Pr = Vr \cdot I = 44\underline{|\ 0º} \cdot 2,2\ \underline{|\ 0º} = 96,8\underline{|\ 0º}$ milivatios reales

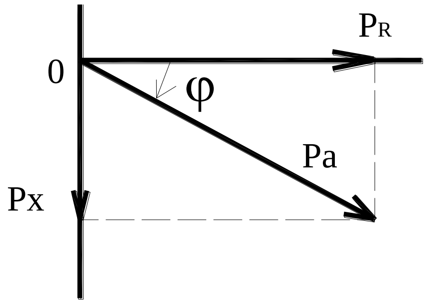
$Px = Vc \cdot I = 88\underline{|\ -90º} \cdot 2,2\ \underline{|\ 0º} = 193,6\underline{|\ -90º}$ milivoltioamperios reactivos

$Pa = Vab \cdot I = 100\underline{|\ -63,4º} \cdot 2,2\ \underline{|\ 0º} = 220\underline{|\ -63,4º}$ milivoltioamperios

Factor de potencia $fp = \cos 63,4º = 0,45$

Comprobación $Pa = \sqrt{Pr^2 + Pa^2} = \sqrt{96,8^2 + 193,6^2} = 120$ mVA

La representación vectorial sería




**14.4.** DETERMINACION DEL EFECTO DE LA VARIACION DE LA FRECUENCIA EN EL VOLTAJE DEL CONDENSADOR.

Calcular voltajes en un circuito RC serie formado por un condensador de 1 µF y de una resistencia de 100 Ω, cuando se aplica una fuente de:

a) 100 V. @ 159,235 Hz  b) 100 V. @ 159,235 KHz

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{6,28 \cdot 159,235 \cdot 10^{-6}} = 1000\ \Omega$$

$\overline{X_C} = 1000\ \Omega\underline{|\ -90}$  $\overline{R} = 100\ \Omega\underline{|\ 0}$  $\overline{Z} = 100 - 1000\,j$

$Z = \sqrt{100^2 + 1000^2}\ \underline{|\ \operatorname{arctg} -1000/100} = 1005\ \underline{|\ -84,3º}$

$$I = \frac{Vab}{Z} = \frac{100\underline{|\ -84,3º}}{1005\underline{|\ -84,3º}} = 0,0995\ A\ \underline{|\ 0º}$$ ( en el eje real )

$Vr = I \cdot R = 0,0995 \cdot 100 = 9,95\ V$ ( en el eje real )

$Vc = I\,Xc = 0,0995 \cdot 1000 = 99,5\ V$ ( en el eje imaginario ) b)

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 159{,}235 \cdot 10^{3}\, 10^{-6}} = 1\ \Omega$$

$\overline{X}_C = 1\ \Omega \angle -90$ $\overline{R} = 100\ \Omega \angle 0$ $\overline{Z} = 100 - j$

$$Z = \sqrt{100^2 + 1^2}\ \angle \arctg -1/100 = 100\ \angle -0{,}57^{\circ}$$

$$I = \frac{Vab}{Z} = \frac{100 \angle -0{,}57^{\circ}}{100 \angle -0{,}57^{\circ}} = 1\ A \angle 0^{\circ} \text{ ( en el eje real )}$$

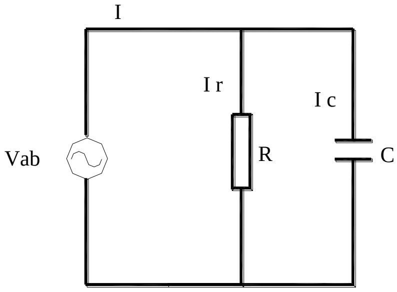
$Vr = I \cdot R = 1 \cdot 100 = 100\ V$ ( en el eje real )

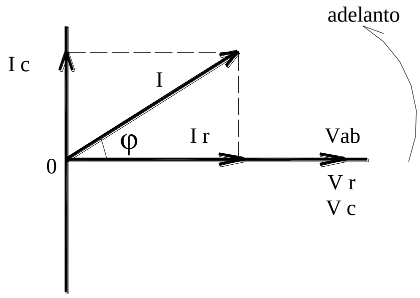
$Vc = I\, Xc = 1 \cdot 1 = 1\ V$ ( en el eje imaginario )

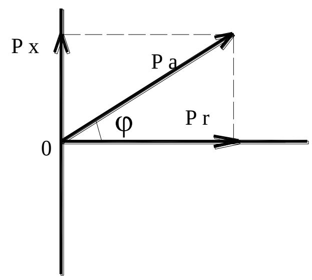
EL ALUMNO DEBE EXPONER CONCLUSIONES

**14.5.** Calcular reactancia, impedancia, intensidades, caídas de tensión y potencias en el circuito RC paralelo formado por R = 4 Ω , C = 531 μF alimentados por una fuente de 30 V. @ 100 Hz.

El circuito sería el representado en a) de la figura siguiente con las representaciones vectoriales de b) y c). Como R y C están en paralelo, la ddp aplicada a condensador u resistencia es la misma, mientras que las intensidades son diferentes. Se colocan, pues, en el eje real las tensiones, junto con la intensidad en la resistencia, retrasando 90º la intensidad en el condensador. Las potencias tendrían la representación vectorial mostrada en c).




$$\overline{Xc} = \frac{1}{2\,\pi\, f\, C} = \frac{1}{6{,}28\ .\ 10^{2}\ .\ 531\ .\ 10^{-6}} = 3\ \Omega \quad \text{ó} \quad 3\ \underline{|\ -90º}$$

$$\overline{Ic} = \frac{\overline{V\,ab}}{\overline{X\,c}} = \frac{30\ \underline{|\,0º}}{3\ \underline{|\ -90º}} = 10\ \underline{|\ 90º}$$ ( tal como se representa en b) )

$$I\,r = \frac{\overline{V\,ab}}{\overline{R}} = \frac{30\ \underline{|\,0º}}{4\ \underline{|\,0º}} = 7{,}5\ \underline{|\,0º}$$ ( tal como se representa en b )

$$\overline{I} = \overline{Ic} + \overline{Ir} = 7{,}5 + 10\,j = \sqrt{7{,}5^{2} + 10^{2}}\ \ \underline{|\ \text{arctg}\ \ Ic / Ir} = 12{,}5\ A\ \ \underline{|\ 53{,}2º}$$

$$Z = \frac{Vab}{I} = \frac{30\ \underline{|\,0º}}{12{,}5\ \underline{|\,53{,}2º}} = 2{,}4\ \Omega\ \ \underline{|\ -53{,}2º}$$

También se podría haber calculado la impedancia:

$$\overline{Z} = \frac{\overline{R}\ .\ \overline{Xc}}{\overline{R} + \overline{Xc}} = \frac{(\,4 + 0j\,)\ (\,0 - 3j\,)}{4 - 3j} = \frac{-\,12\,j}{4 - 3j}$$

$$\overline{Z} = \frac{-\,12j\ (\,4 + 3j\,)}{(\,4 - 3j\,)\ (\,4 + 3j\,)} = \frac{36 - 48j}{25} = 1{,}44 - 1{,}92j = 2{,}4\ \underline{|\ -53{,}2º}$$

Las potencias, con la representación vectorial de c), se calcularían

$$Pr = Vab \cdot Ir = 30\underline{|\ 0º\ } \cdot 7{,}5\underline{|\ 0º} = 225 \text{ vatios}$$

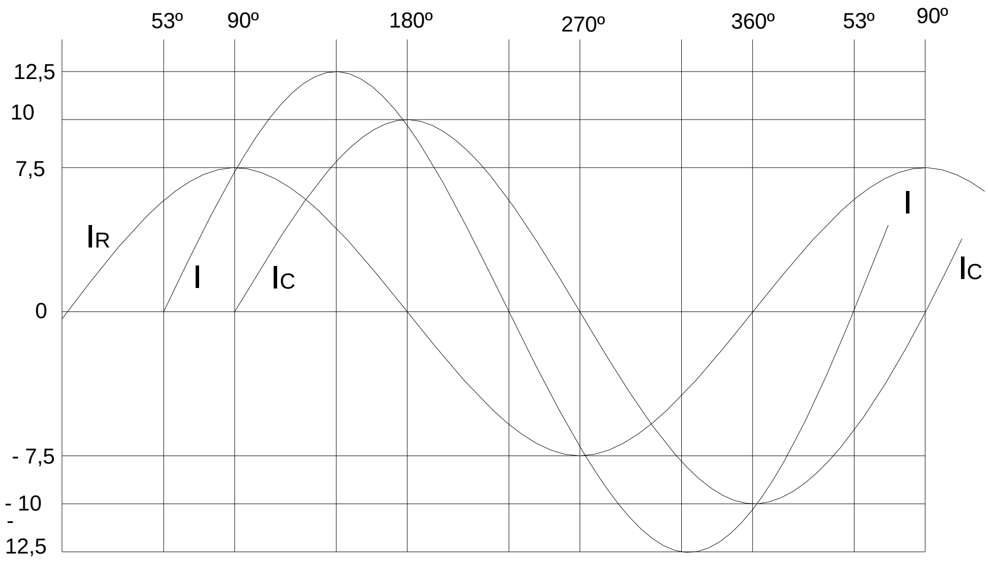
$$Px = Vab \cdot Ic = 30\underline{|\ 0º\ } \cdot 10\underline{|\ 90º} = 300 \text{ voltioamperio reactivo}$$

$$Pa = Vab \cdot I = 30\underline{|\ 0º\ } \cdot 12{,}5\underline{|\ 53{,}2º} = 375 \text{ voltioamperio}$$

$$Fp = \cos \varphi = \cos 53{,}2º = 0{,}6$$

Comprobación $Pa = \sqrt{Pr^2 + Pa^2} = \sqrt{225^2 + 300^2} = 375 \text{ VA}$

Finalmente, se pueden dibujar los diagramas de las intensidades de corriente, de la manera siguiente:




c)

Se tiene que cumplir que $I\underline{|\ \varphi\ \ } = I_C\underline{|\ 90º} + I_R\underline{|\ 0º}$

En este caso se cumple que $12{,}5\underline{|\ 53º\ \ } = 10\underline{|\ 90º} + 7{,}5\underline{|\ 0º}$

puesto que la representación se ha realizado a escala y se puede observar:

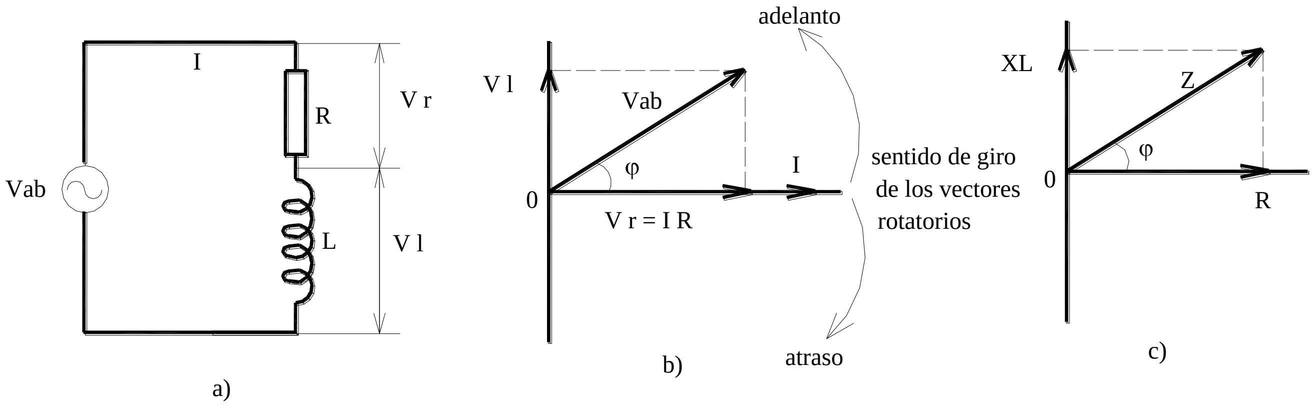
a) A 90º, en cuyo instante $I_R = 0 \Rightarrow I_C = I_{ab}$

b) A 180º en cuyo instante $I_C = 0 \Rightarrow V_R = I_{ab}$

b) A 270º — 53º en cuyo instante $I_{ab} = 0 \Rightarrow I_R = — I_C$

(con $I_{ab} = 0 \Rightarrow I_C$ e $I_R$ tienen que anularse)

**14.6.** En un circuito RL serie, dados Vab = 100 V. f = 50 Hz R = 16 Ω y L = 38,3 mH., Calcular reactancia inductiva, impedancia, intensidad, tensiones y desfases.




Por tratarse de un circuito serie, se coloca el vector Intensidad en el eje real, dado que es el mismo para inductancia y para resistencia. Por tratarse de una bobina, su tensión está adelantada a la intensidad, luego se coloca en el eje imaginario, adelantada 90º a la intensidad. La tensión en la resistencia se coloca en el eje real. Queda, pues, definido el triángulo de tensiones – intensidad como se muestra en b) de la figura. Como ya se sabe, la reactancia inductiva se sitúa en el eje imaginario positivo ( recordar que la reactancia capacitiva se situaba en el eje imaginario negativo ) y la resistencia en eje real, quedando la Impedancia ( Z ) formando un ángulo de desfase, φ, con la resistencia, igual al formado por la tensión aplicada con respecto a la tensión en la resistencia. La resolución del problema es sencilla, pues basta resolver los triángulos expuestos en b) y c) de la figura.

$$X_L = 2\pi f L = 6{,}28 \cdot 50 \cdot 38{,}2 \cdot 10^{-3} = 12\ \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20\ \Omega$$

$$I = \frac{Vab}{Z} = \frac{100}{20} = 5\ A \qquad Vr = I \cdot R = 5 \cdot 16 = 80\ V. \qquad Vl = I\, X_L = 5 \cdot 12 = 60\ V$$

$$\varphi = \arccos \frac{R}{Z} = \arccos \frac{16}{20} = 36{,}9\ ^{o}$$

Obsérvese que se ha trabajado solamente con escalares. Lógico, una vez determinada la situación de los vectores, sólo es preciso determinar la magnitud de los módulos y del ángulo de desfase.

**14.7** Calcular el coeficiente de autoinducción y la resistencia óhmica de una bobina que, conectada a una pila de 12V y un amperímetro DC, el amperímetro marca 4 A y, conectada a la red de 120 V. 400 Hz , el amperímetro AC marca 24 A.

Cuando la bobina se conecta a una fuente de corriente continua, el amperímetro, transcurrido el tiempo correspondiente a la CT, marcará la resistencia del hilo de la bobina.

$$R = \frac{Vcc}{Icc} = \frac{12}{4} = 3 \text{ ohm.}$$

Cuando la bobina se conecta a la fuente de corriente alterna, 400 Hz., el amperímetro marcará la corriente correspondiente a la impedancia del circuito, o sea, a la suma vectorial de reactancia inductiva con resistencia.

$$Z = \frac{V\,ac}{I\,ac} = \frac{120}{24} = 5 \text{ 0hm.}$$

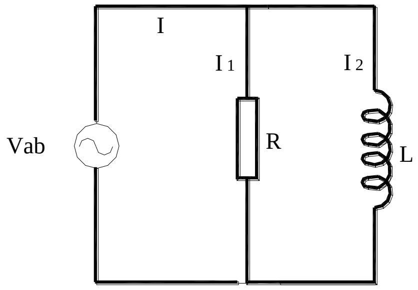
La reactancia inductiva será:

$$Z^2 = X_L^2 + R^2 \qquad X_L^2 = Z^2 - R^2 \qquad X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

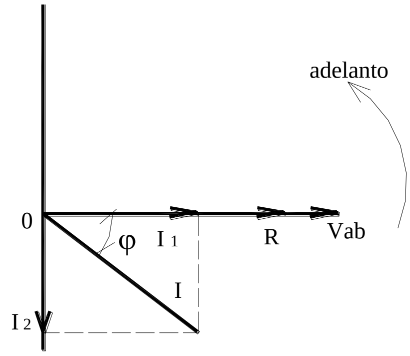
$$X_L = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ ohm.} \qquad X_L = 2\pi f L \qquad L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{4}{6{,}28 \cdot 400}$$

$$L = 1{,}6 \text{ mH}$$

**14.8.** En un circuito RL paralelo, en el que Vab = 100 V. f = 10 Khz, R = 10 Kohm. y L = 159 mH, calcular reactancia inductiva, impedancia, intensidades de corriente y potencias.




a)




b)

Al igual que en el circuito RC paralelo, se coloca el vector Vab en el eje real, como referencia, ya que las ddp en extremos de resistencia y bobina son iguales. En consecuencia, la intensidad en la bobina estará retrasada a la tensión 90º, estando la intensidad en la resistencia en el eje real.

$$X_L = 2\pi f L = 6{,}28 \cdot 10^4 \cdot 159 \cdot 10^{-3} = 10 \text{ Kohm.}$$

$$I1 = \frac{V\,ab}{R} = \frac{100}{10} = 10 \text{ mA} \qquad I2 = \frac{V\,ab}{X_L} = \frac{100}{10} = 10 \text{ mA}$$

$$I = \sqrt{I1^2 + I2^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14{,}14 \text{ mA}$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{I1}{I2} = \text{arctg} \frac{10}{10} = 45^{o}$$

$$Z = \frac{Vab \angle 0º}{I \angle -\varphi} = \frac{100 \angle 0º}{14{,}14 \angle -45º} = 7{,}07 \text{ Kohm} \angle 45º$$

Las potencias serían:

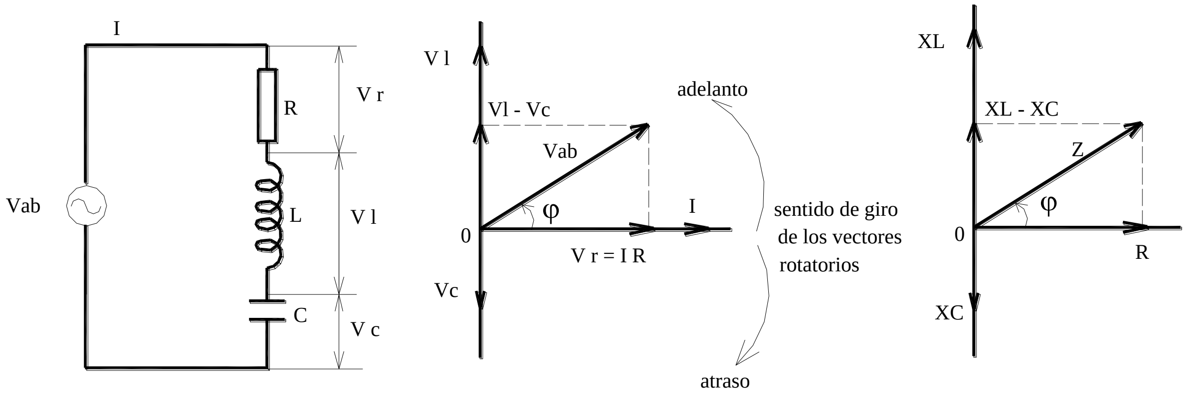
$$P1 = Vab \cdot I1 = 100 \angle 0º \cdot 10 \angle 0º = 1 \text{ W activo}$$

$$P2 = Vab \cdot I2 = 100 \angle 0º \cdot 10 \angle -90º = 1 \text{ VA reactivo}$$

$$P = Vab \cdot I = 100 \angle 0º \cdot 14{,}14 \angle -45º = 1{,}41 \text{ VA aparente}$$

Habiéndose efectuado los cálculos tal como se efectuaron en el circuito RC paralelo.

**14.9.** Determinar reactancias, impedancia, caídas de tensión, intensidad en un circuito RLC serie en el que: Vab = 100 V. f = 50 Hz. L = 191 mH, C = 79,6 μF y R = 9 ohm.




a) b) c)

Al igual que se efectuaba en los circuitos RC o RL serie, la intensidad se sitúa en el eje real, como referencia, así como la caída de tensión en la resistencia. Si la intensidad está en eje real, la tensión en el condensador tiene que estar en el eje imaginario negativo o retrasada 90º a la intensidad, mientras que la tensión en la bobina estará en el eje contrario o adelantada a la intensidad. Con esto se ha originado el triángulo mostrado en b) de la figura. El triángulo de reactancias – resistencia – impedancia será el mostrado en c) de la misma figura. Nótese que reactancias y caídas de tensión en bobina y condensador están en oposición y, simplemente, se restan.

$$X_L = 2\pi f L = 6{,}28 \cdot 50 \cdot 191 \cdot 10^{-3} = 60 \text{ ohm.} \quad \text{ó} \quad 60 \underline{\rfloor 90º}$$

$$Xc = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 50 \cdot 79{,}6 \cdot 10^{-6}} = 40\ \Omega \quad \text{ó} \quad 40 \underline{\rfloor -90º}$$

Si se llama X a la reactancia resultante entre la inductiva y la capacitiva

$$X = X_L - Xc = 60 - 40 = 20 \text{ ohm inductivo ó } 20 \underline{\rfloor 90º}$$

$$Z = \sqrt{X^2 + R^2} = \sqrt{20^2 + 9^2} = 22 \text{ ohm.}$$

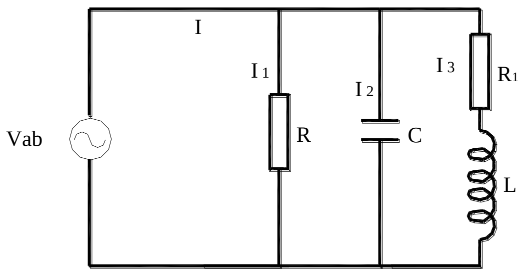
$$\varphi = \text{artg} \frac{X}{R} = \text{arctg} \frac{20}{9} = 65.77º$$

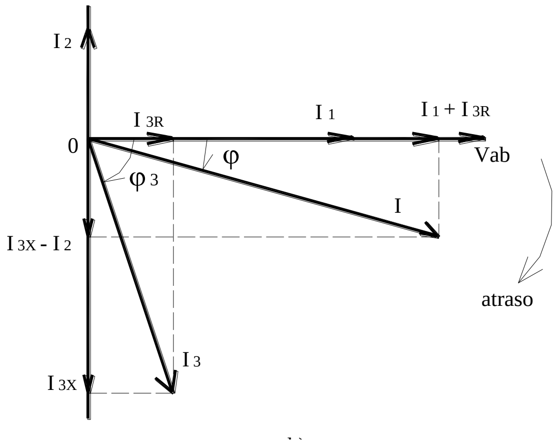
El valor de la intensidad sería:

$$I = \frac{V\,ab}{Z} = \frac{100}{22} = 4{,}56 \text{ A}$$

**14.10.** Determinar los valores de las reactancias, impedancia, caídas de tensión, intensidades de corriente, ángulos de desfase y potencias en el circuito RLC paralelo de la figura con los valores siguientes:

Vab = 50 V. f = 10 KHz., L = 0,127 mH, C = 3,18 μF.,
R1 = 6 Ω R = 10 Ω




El estudio de la formación del diagrama vectorial mostrado en b) es el siguiente:

1º) Definición de la rama inductiva formada por R1 y L, por la que circula I3 , habiéndosele aplicado Vab.

$$X_L = 2\pi f L = 6{,}28 \cdot 10^4 \cdot 127 \cdot 10^{-6} = 8 \text{ ohm.} \quad \text{ó} \quad 8 \angle 90º$$

$$Z3 = \sqrt{X_L^2 + R1^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ ohm.}$$

$$\varphi 3 = \text{artg} \frac{X_L}{R1} = \text{arctg} \frac{8}{6} = 53º \qquad Z3 = 10 \angle 53º$$

$$I3 = \frac{V\,ab}{Z3} = \frac{50 \angle 0º}{10 \angle 53º} = 5 \angle -53º$$

Se dibuja, entonces, I3 , retrasada 53º ( como debe ocurrir puesto que en un circuito inductivo la intensidad debe estar retrasada a la tensión ) con respecto a la tensión aplicada.

Lógicamente, por tratarse de un circuito paralelo, la tensión aplicada, Vab, se sitúa en el eje real, como referencia.

La intensidad en la resistencia, I1, se coloca en el eje real, en fase con la tensión aplicada.
La intensidad en el condensador, I2, se coloca adelantada 90º con respecto a la tensión aplicada, o en el eje imaginario positivo.

Ya se está viendo que todas las intensidades, excepto I3, se encuentran en los ejes, luego parece conveniente descomponer I3 abatiéndola sobre los ejes de coordenadas para poder operar con más facilidad.

$I3x = I3 \cdot \text{sen}\ \varphi 3 = 5 \cdot \text{sen}\ 53^\circ = 4\ A$ sobre el eje imag, negativo

$I3R = I3 \cdot \cos \varphi 3 = 5 \cdot \cos 53^\circ = 3\ A$ sobre el eje real

Se calcula, ahora, la reactancia capacitiva.

$$Xc = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 10^{4} \cdot 3{,}18 \cdot 10^{-6}} = 5\ \Omega \quad \text{ó} \quad 5 \angle -90^\circ$$

Se pueden, ya, calcular las demás intensidades:

$$I1 = \frac{Vab}{R} = \frac{50}{10} = 5\ A \text{ sobre el eje real}$$

$$I2 = \frac{Vab}{Xc} = \frac{50}{5} = 10\ A \text{ sobre el eje imaginario positivo}$$

Sumando, algebraicamente, las intensidades situadas sobre cada eje:

Eje real : $I1 + I3R = 5 + 3 = 8\ A$

Eje imaginario : $I2 – I3x = 10 – 4 = 6\ A$ ( positivo, o contrario a la figura )

La intensidad total sería: $I = \sqrt{8^2 + 6^2} \angle \text{arctg}\ 6 / 8 = 10\ A \angle 36{,}9^\circ$

Resultando ser un circuito capacitivo, o con la intensidad adelantada a la tensión aplicada, mientras que en b) de la figura, al situar los vectores se había supuesto inductivo, o sea con la intensidad retrasada con respecto a la tensión aplicada.

NOTA IMPORTANTE: Si se desease que el circuito fuese resistivo puro, tendría que ocurrir:

$$I\,2 = I\,3x \quad \text{o sea} \quad I\,2 = 4\ A.$$

Luego $$Xc = \frac{Vab}{I\,2} = \frac{50}{4} = 12{,}5 \text{ ohm.}$$

$$C = \frac{1}{2\pi f Xc} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 10\,000 \cdot 12{,}5} = 1{,}3 \cdot 10^{-6}\ F$$

siendo C = 1,3 μF en lugar de 3,18 μF , el circuito sería resistivo puro y no consumiría energía reactiva. Este es el principio en que se basa la compensación de la energía reactiva en establecimientos industriales, en los que el consumo de energía reactiva es alto debido a los motores que tienen en funcionamiento ( recuérdese que un motor está compuesto por las bobinas del campo y las bobinas del inducido ).

**14.11.** Determinar los condensadores necesarios para compensar la energía reactiva en establecimiento que funciona 24 h. diarias en el que el consumo mensual es de 1800 KVAr h y de 3600 KVA h, de corriente alterna monofásica.

Si el consumo mensual es de 1800 KVAr, funcionando 24 horas diarias, la potencia reactiva consumida será:

$$P_x = \frac{1800}{24 \cdot 30} = 2,5 \text{ KVAr} \qquad I_x = \frac{P_x}{V_{ab}} = \frac{2\,500}{230} = 10,87 \text{ A}$$

o intensidad que circula por las ramas inductivas. Luego, debe circular la misma intensidad por las ramas capacitivas para anular las inductivas. La reactancia capacitiva será:

$$X_c = \frac{V_{ab}}{I_x} = \frac{230}{10,87} = 21,16 \text{ ohm.}$$

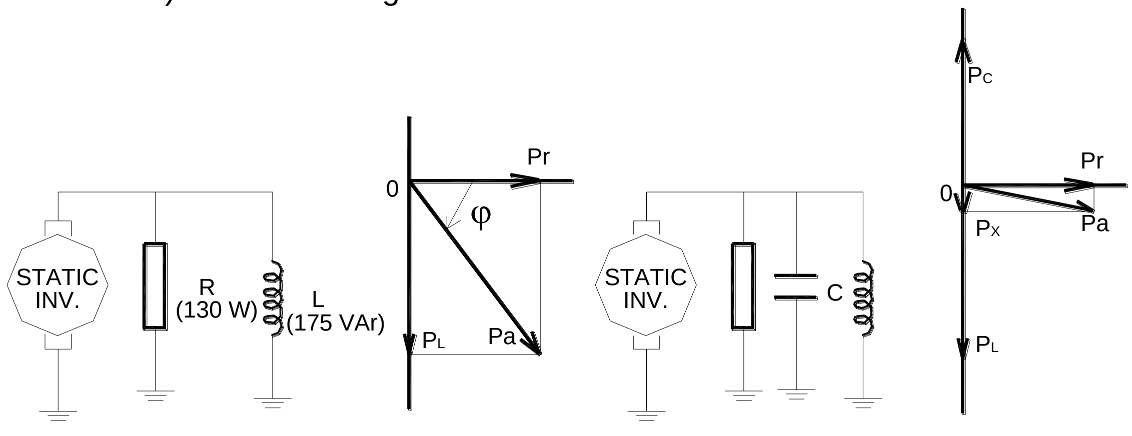
Y la capacidad será

$$C = \frac{1}{2\pi f X_c} = \frac{1}{6,28 \cdot 50 \cdot 21,16} = 1,5 \cdot 10^{-4}$$

luego se precisaría disponer de condensadores cuya capacidad equivalente fuese de 150 μF, que se conectarían en paralelo con la tensión aplicada.

**14.12.** Determinar la capacidad de los condensadores necesarios para compensar la energía reactiva consumida en una aeronave en la que la suma de consumos resistivos ( iluminación y calefactores ) asciende a 130 W., y la suma de consumos inductivos ( equipos alimentados con corriente alterna, entrada a transformador y motores ) asciende a 175 VAr.. El inversor funciona a 115 VAC, 400 Hz, con una potencia de salida de 250 VA

La distribución correspondería a a) de la figura siguiente y el triángulo de potencias al mostrado en b) de la misma figura.




a) b) c) d)

La potencia demandada al generador sería, resolviendo el triángulo de potencias:

$$\overline{Pa} = \sqrt{Pr^2 + P_L^2} \;\underline{\lfloor \text{ arctg } P_L \;/\; P_R} = \sqrt{130^2 + 175^2} \;\underline{\lfloor \text{ arctg } 175 / 130}$$

$$\overline{Pa} = 220 \;\underline{\lfloor 53^o} \text{ VA} \quad \text{y} \quad \cos\varphi = 0{,}6$$

Donde se ve que el generador está funcionando casi a pleno rendimiento. Entonces, si se introdujera en el circuito una capacidad tal que su potencia consumida fuese igual a la potencia consumida por los componentes inductivos, se anularía la potencia reactiva disminuyendo el consumo efectivo del inversor. El cálculo se efectuaría de la siguiente manera

$$\text{Intensidad total : } I = \frac{Pa}{Vab} = \frac{220}{115} = 1{,}9 \text{ A}$$

$$\text{Intensidad reactiva : } Ix = I \text{ sen } \varphi = 1{,}9 \,.\, 0{,}8 = 1{,}52 \text{ A.}$$

$$\text{Reactancia inductiva: } X_L = \frac{Vab}{Ix} = \frac{115}{1{,}52} = 75{,}8 \text{ ohmios.}$$

Luego, sería preciso instalar un condensador, en paralelo con el generador, o sea entre el generador y masa, de valor:

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{6{,}28 \,.\, 400 \,.\, 75{,}8} = 5{,}25 \;\mu F$$

tal que su reactancia sea aproximadamente igual a la reactancia inductiva obtenida en el circuito a) de la figura.

Se obtendría el esquema que se ve en c) de la figura, cuya resolución se muestra en el triángulo de potencias que se ve en d) de la misma figura.

El condensador que más se aproxima al calculado es el de 5 μF – 400 V. Entonces, siendo C = 5 μF, los cálculos serían:

$$X_C = \frac{1}{2\pi\, f\, C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 400 \cdot 0{,}00000} = 79{,}6 \text{ ohmios}$$

Y la potencia de la rama capacitiva: $Pc = \dfrac{Vab^2}{X_C} = \dfrac{115^{\,2}}{79{,}6} = 166$ Var capacitivos

La potencia reactiva: $Px = Pc - P_L = 175 - 166 = 9$ VAr

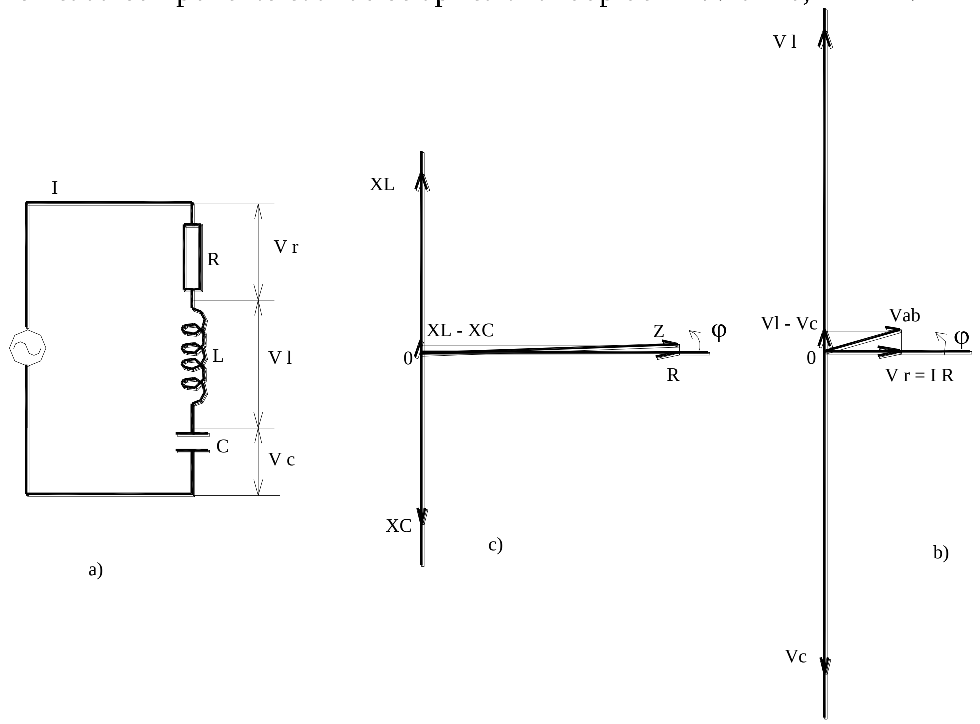
Y la potencia que demanda el circuito al generador o potencia total:

$$\overline{Pa} = \sqrt{Pr^2 + P_X^2}\ \underline{\lfloor\ \text{arctg}\ P_X / P_R\ } = \sqrt{130^2 + 9^2}\ \underline{\lfloor\ \text{arctg}\ 9/130}$$

$$\overline{Pa} \cong 130\ \underline{\lfloor\ 0^{\circ}}\ \text{VA} \quad \text{y} \quad \cos\varphi \cong 1$$

Nótese que teniendo el generador la misma demanda de energía eléctrica, tiene que entregar menos potencia, o lo que es igual tiene que trabajar con menos desgaste. En este caso, de una demanda de 220 VA se ha pasado a una demanda de 130 VA, o un descenso del 60% en el consumo, lo que resulta altamente interesante. Entonces, **la compensación de la energía reactiva se lleva a cabo instalando condensadores de la capacidad adecuada en paralelo con la distribución de la energía de corriente alterna.**

**14.13.** En un circuito RLC serie formado por una resistencia de 100 ohm., un condensador de 9,9 pF y una bobina de 9,9 μH, determinar la impedancia, la corriente del circuito y caídas de tensión en cada componente cuando se aplica una ddp de 1 V. a 16,1 MHz.




Se calculan, en primer lugar las reactancias del circuito.

$$X_L = 2\pi f L = 6{,}2832 \cdot 16{,}1 \cdot 10^{6} \cdot 9{,}9 \cdot 10^{-6} = 1001{,}5 \text{ ohm.}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{6{,}2832 \cdot 16{,}1 \cdot 10^{6} \cdot 9{,}9 \cdot 10^{-12}} = 998{,}5 \text{ ohm.}$$

La diferencia entre reactancias: $X = 1001{,}5 - 998{,}5 = 3\ \Omega$ inductivos

La impedancia : $Z = \sqrt{X^2 + R^2} = \sqrt{3^2 + 100^2} = 100{,}045\ \Omega$

Y el ángulo de desfase $\varphi = \text{arctg}\ \frac{X}{R} = \frac{3}{100} = 1{,}7º$

Nótese que el ángulo de desfase es prácticamente cero grados, luego el vector Impedancia está casi en el eje real.

La intensidad que circula por el circuito $I = \frac{Vab}{Z} = \frac{1}{100{,}045} = 10\text{ mA}$

Los voltajes del circuito serán:

$V_L = I \cdot X_L = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 1001{,}5 = 10{,}01 \cong 10\text{ V.}$

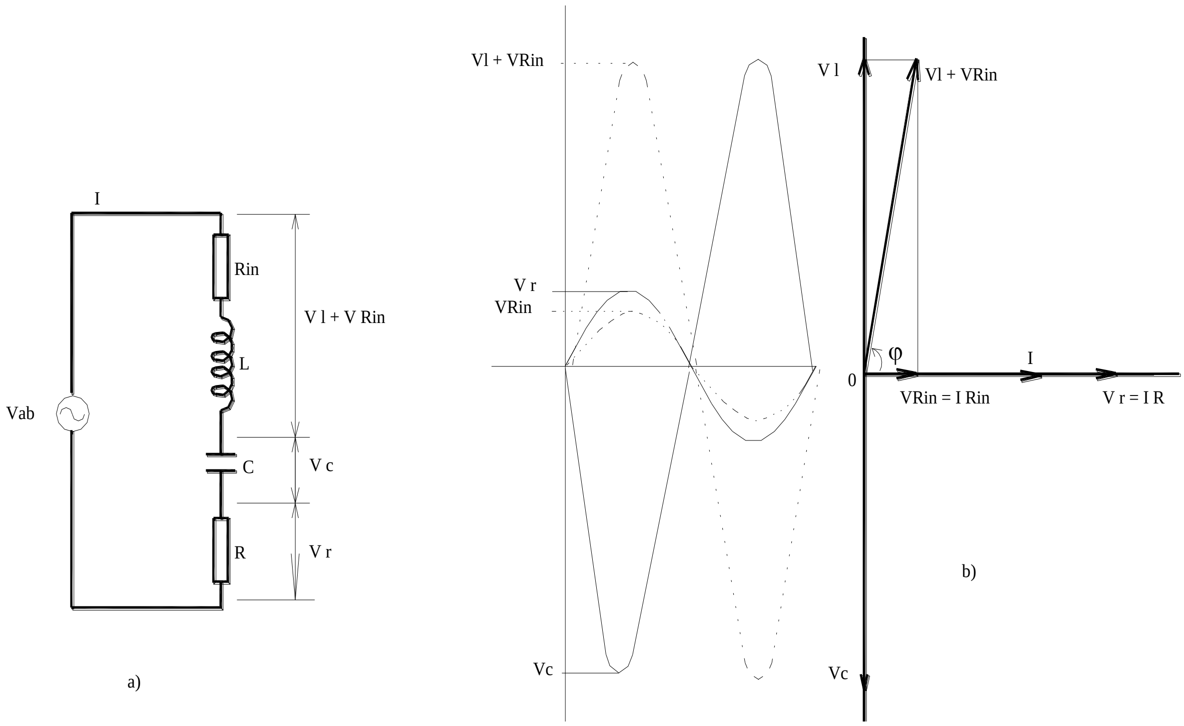
$V_C = I \,.\, X_C = 10 \,.\, 10^{-3} \,.\, 998{,}5 = 99{,}8 \cong 10$ V.

$V_R = I \,.\, R = 10 \,.\, 10^{-3} \,.\, 100 = 1$ V.

Obsérvese que las reactancias son iguales, luego la impedancia es igual a la resistencia del circuito, que la tensión aplicada está en fase con la intensidad que circula por el circuito y que las tensiones en bobina y condensador son mucho mayores que el valor de la tensión aplicada.

Se trata de **un circuito resonante serie.**

**14.14.** En un circuito RCL serie formado por una bobina de 28 H., con una resistencia interna (resistencia del hilo de la bobina) de 520 ohm., por un condensador de 0,01 μF y una resistencia de 5 000 ohm. Si la tensión aplicada es de 100 voltios, determinar la frecuencia a que resuena el circuito y los valores de intensidad y caídas de tensión a esa frecuencia, así como las potencias de cada uno de los componentes del circuito.




La frecuencia de resonancia será:

$$fo = \frac{1}{2\pi \sqrt{L\,C}} = \frac{1}{6{,}28 \sqrt{28 \,.\, 0{,}1 \,.\, 10^{-6}}} = 300 \text{ Hz.}$$

Conocida la frecuencia de trabajo del circuito:

$$X_L = 2\,\pi\,f\,L = 6{,}28 \,.\, 300 \,.\, 28 = 53\ K\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\,\pi\,f\,C} = \frac{1}{6{,}28 \,.\, 300 \,.\, 0{,}1 \,.\, 10^{-6}} = 53\ K\Omega$$

$$X_L + Rin = 0{,}52 + 53\,j \qquad \varphi = \text{arctag}\,\frac{53}{0{,}52} = 89{,}4^{o}$$

La impedancia del circuito, teniendo en cuenta la resistencia interna de la bobina:

$$Z = (R + Rin) + (X_L - X_C) = (5 + 0{,}52)\,K + (53 - 53)\,K\,j = 5{,}52\ K\Omega$$

La impedancia de la bobina:

$$Z_L = \sqrt{53^2 + 0{,}52^2} = 53\ K\Omega$$

La intensidad del circuito:

$$I = \frac{Vab}{Z} = \frac{100}{5{,}52} = 18\ mA.$$

Las caídas de tensión en cada componente:

$V_L = I\ Z_L = 18 \,.\, 53 = 954\ V.$

$V_C = I\ X_C = 18 \,.\, 53 = 954\ V.$

$V_R = I\ R = 18 \,.\, 5 = 90\ V.$

Nótese que las caídas en bobina y condensador son 10 veces el valor de la tensión aplicada, pero 180º fuera de fase y que en la resistencia solo caen 90 V., cayendo los 10 V. restantes en la R interna de la bobina.

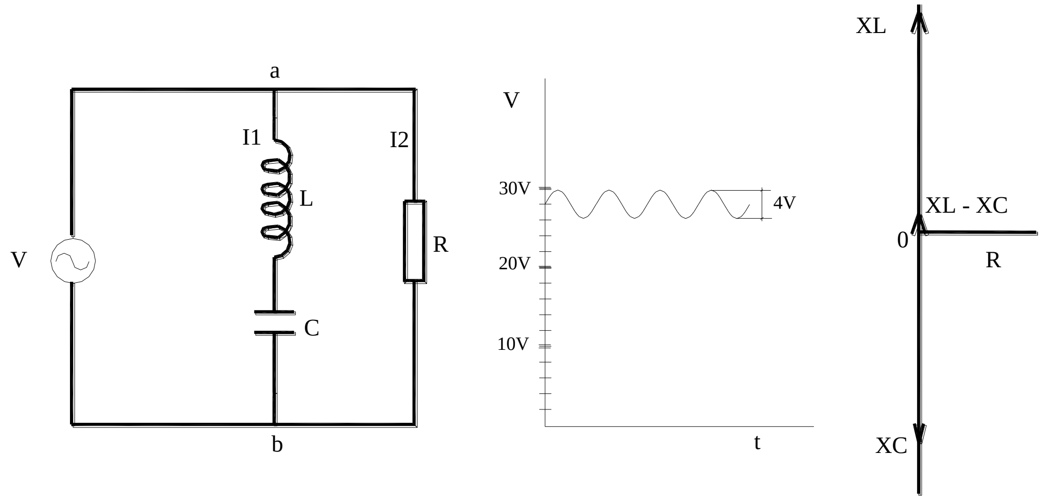
Las potencias de cada componente serán:

$P_L = I^2\,Z_L = 0{,}018^2 \,.\, 53\,000 = 17{,}2$ Wr.

$V_C = I^2\ X_C = 0{,}018^2 \,.\, 53\,000 = 17{,}2$ Wr.

$V_R = I^2\,R = 0{,}018^2 \,.\, 5\,000 = 1{,}62$ W

**14.15.** EJERCICIO DE APLICACION DE UN CIRCUITO RESONANTE SERIE. En el circuito de la figura, siendo V una fuente de 28 VDC, con un rizado de 4 Vp.p. a una frecuencia de 800 Hz, siendo el condensador de 1,84 microf. y la bobina de 21,5 mH, determinar los parámetros del circuito cuando se aplique una carga resistiva pura de 280 ohmios.




a) b) c)

La tensión de la fuente se muestra en b) de la figura anterior. Nótese que una corriente alterna de 4 V pico-pico se "monta" sobre la corriente continua de 28V.

El comportamiento de la rama 1 a ambas tensiones es el siguiente:

a) A la corriente alterna:

$$X_L = 2\,\pi\,f\,L = 6{,}28 \,.\, 800 \,.\, 0{,}0215 = 108\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\,\pi\,f\,C} = \frac{1}{6{,}28 \,.\, 800 \,.\, 1{,}84 \,.\, 10^{-6}} = 108\ \Omega$$

$X_L - X_C = 0$ supuesta cero o despreciable la resistencia del hilo de la bobina.

$$I1 = \frac{V}{X_L - X_C} = \text{teóricamente infinito}$$

La diferencia de potencial entre los puntos "a" y "b" es cero.

b) A la corriente continua.

Tras el primer transitorio, durante el que se cargará el condensador tras la oposición de la bobina a la variación de intensidad de corriente, el condensador habrá cargado a 28 VDC, con la misma polaridad de la fuente, luego C se opone a la tensión de la fuente, haciendo que la intensidad en continua que circula por la rama 1 sea cero.

El <u>comportamiento de la rama 2</u> a ambas tensiones es el siguiente:

a) A la corriente alterna.

Como se ha visto, a efectos de corriente alterna, la diferencia de potencial entre los puntos "a" y "b" es cero, luego no se aplica ddp alguna a la rama 2.

b) A la corriente continua.

Entre los puntos "a" y "b" hay una fuente de continua de 28 V. que se aplican a la resistencia R, por la que circula una corriente:

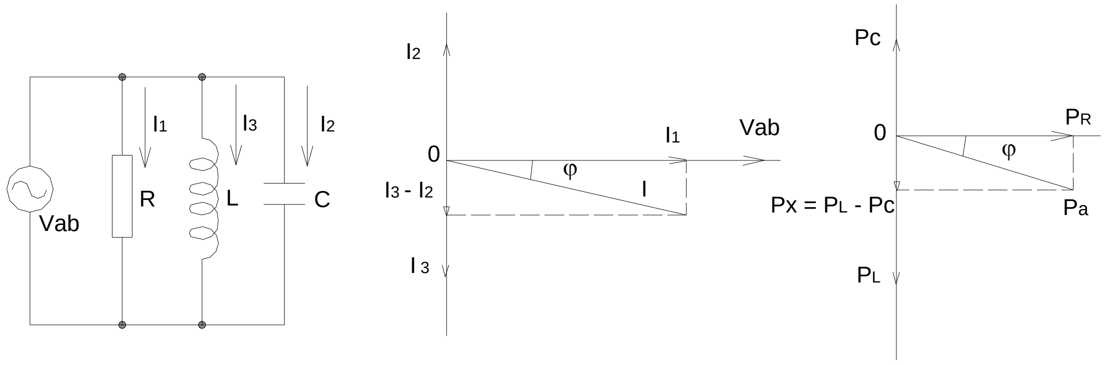
$$I_2 = \frac{V}{R} = \frac{28}{280} = 0{,}1 \text{ A.}$$

Sin que la corriente alterna afecte en modo alguno a la resistencia. <u>Se ha conseguido filtrar la corriente alterna de modo que no afecte a la carga,</u> ya que por la rama 1 circula toda la intensidad en alterna y no circula ninguna intensidad en continua, mientras que por la rama 2 circula toda la intensidad en continua y ninguna en alterna.

**14.16.** Determinar y dibujar las formas de onda de las potencias de un circuito RCL paralelo con los parámetros siguientes:

Vab = 230 VAC @| 50 Hz
C = 31,7,76 µF
L = 30 mH.

El esquema del circuito y las representaciones vectoriales son las mostradas en la figura siguiente.




Los cálculos aplicables serían:

$$X_L = 2\,\pi\, f\, L = 6{,}28 \,.\, 50 \,.\, 0{,}03 = 9{,}42\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\,\pi\, f\, C} = \frac{1}{6{,}28 \,.\, 50 \,.\, 317{,}76 \,.\, 10^{-6}} = 10\ \Omega$$

Las intensidades del circuito tendrán los valores (nótese que se han suprimido los ángulos de desfase ya que se conoce la posición de cada uno de los vectores)

$$I1 = \frac{V\,ab}{R} = \frac{230}{115} = 2\ A$$

$$I2 = \frac{V\,ab}{X_C} = \frac{230}{10} = 23\ A$$

$$I_X = 24{,}3 - 23 = 1{,}4\ A$$

$$I3 = \frac{V\,ab}{X_L} = \frac{230}{9{,}40} = 24{,}44\ A$$

Las potencias del circuito tendrán los valores:

Pr = Vab . I1 = 230 .2 = 460 W

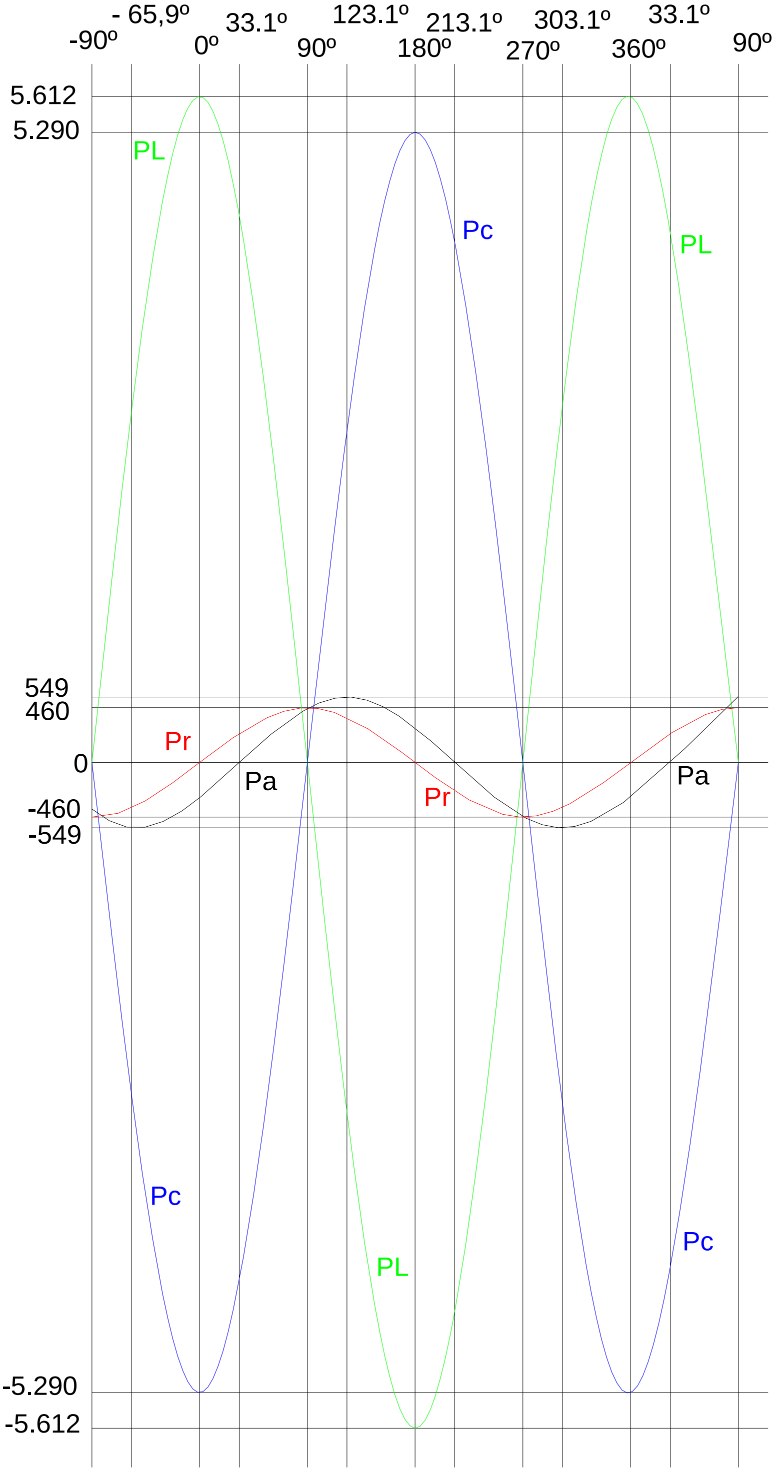
Pc = Vab . I2 = 230 . 23 = 5, 3 KVAr

$P_L$ = Vab . I3 = 230 . 24,4 = 5,6 KVAr

P x = 5,6 – 5,3 = 0,3 KVAr = 300 Var

$\overline{Pa} = \sqrt{300^2 + 460^2}\ \underline{|\text{arctg } 300 / 400}\ = 549\ \underline{|\ 33{,}1^{\circ}}$ VA

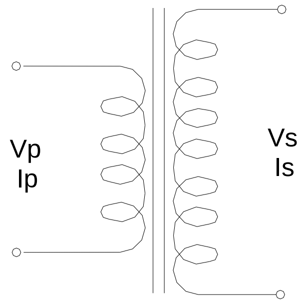
Las formas de onda serían:



**CAPITULO 15**

**15.1.** Dado un transformador de potencia con 1 800 vueltas en el primario y 5 400 vueltas en el secundario, calcular:

a) Tensión en el secundario si al primario se aplican 230 VCA.
b) Tensión en el primario si al secundario se aplican 230 VCA.
c) Intensidades de corriente máximas que pueden circular en primario y secundario, supuesto un transformador de pérdidas nulas y fabricado para soportar una potencia de 600 KVA, cuando en el primario se conecta una fuente de 230 VCA y de capacidad infinita.
d) Intensidad que circula por el primario cuando se conecta a una fuente de 400 VCA y la carga conectada al secundario demanda una intensidad de corriente de 85 A.




Las fórmulas a aplicar son las siguientes:

$$\frac{Np}{Ns} = \frac{Ep}{Es} = \frac{Is}{Ip} \qquad Pp = Ps = Ep \times Ip = Es \times Is$$

a) $$\frac{Np}{Ns} = \frac{Ep}{Es} \qquad \frac{1\ 800}{5\ 400} = \frac{1}{3} = \frac{230}{Es}$$

Al término $\frac{1}{3}$ se conoce como " relación de transformación "

$$Es = 230 \times 3 = 690 \text{ VCA.}$$

Al transformador se le conoce como <u>transformador elevador.</u>

b) $$\frac{Np}{Ns} = \frac{Ep}{Es} \qquad \frac{1\ 800}{5\ 400} = \frac{1}{3} = \frac{Ep}{230} \qquad Ep = \frac{230}{3} = 76{,}6 \text{ VAC}$$

Al transformador se le conoce como <u>transformador reductor.</u>

La diferencia entre un transformador elevador y un transformador reductor estriba solo en el conexionado, o sea si se aplica una tensión al primario y se obtiene del secundario se comporta como elevador, mientras que si se aplica la tensión en el secundario y se obtiene del primario, se comporta como reductor.

c) Si a un transformador de una potencia de 600 KVA ( o potencia máxima a la que se puede usar el transformador), con una relación de transformación 1 a 3 , se aplican 230 VCA en el primario:

$$I_p = \frac{P}{E_p} = \frac{600\ 000}{230} = 2\ 608\ \text{A.}$$

Ya que la fuente a la que está conectado puede entregar una corriente infinita. De no ser así, la intensidad de corriente del primario estaría limitada por la intensidad máxima que puede entregar la fuente.

$$I_s = \frac{P}{E_s} = \frac{600\ 000}{690} = 869\ \text{A.}$$

Al ser igual la potencia en primario que en secundario, si el transformador es elevador, la intensidad en secundario será inferior a la del primario en la misma proporción que la tensión es superior.

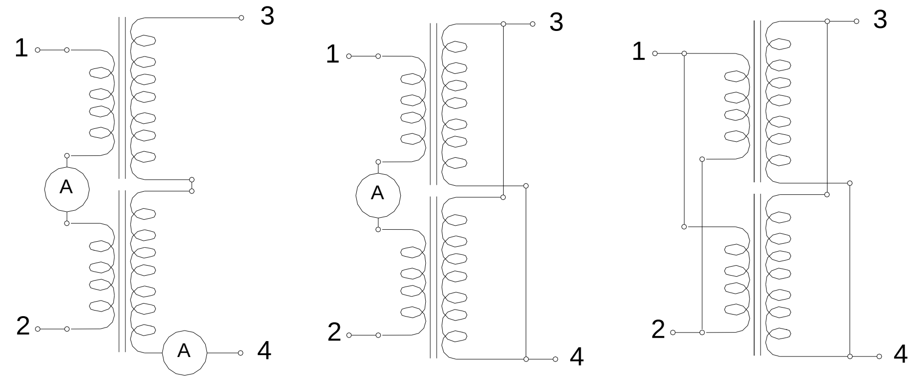
d) Aplicando la fórmula conocida

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{I_s}{I_p} \qquad \frac{1\ 800}{5\ 400} = \frac{1}{3} = \frac{85}{I_p} \quad I_p = 255\ \text{A.}$$

Sea cual sea la tensión aplicada al primario.

**15.2** Dados dos transformadores idénticos, con relación de vueltas 1,5 a 3,5, estudiar las diferencias entre voltajes y corrientes en primario y secundario, estando:

a) Los primarios conectados en paralelo, los secundarios en serie, cuando se aplican 400 V. en primario y se demandan 85 A. en secundario.
b) Los primarios conectados en serie, los secundarios en paralelo, cuando se aplican 400 V. en primario y se demandan 85A. en secundario.
c) Los primarios conectados en paralelo, los secundarios en paralelo, cuando se aplican 400 V. en primario y se demandan 85 A. en secundario.




a) Primario paralelo - Secundario serie    b) Primario serie - Secundario paralelo    c) Primario y secundario en paralelo

Las fórmulas aplicables son las conocidas:

$$\frac{Np}{Ns} = \frac{Ep}{Es} = \frac{Is}{Ip} \quad \text{ó} \quad \frac{1,5}{3,5} = \frac{V1}{V2} = \frac{I2}{I1} = \frac{400}{933} = \frac{85}{198}$$

Es de gran importancia notar cómo se han de conectar los primarios y secundarios de los transformadores para conseguir series o paralelos. O sea:

Si P1 con P1 y P2 con P2 y entrada entre P1 y P2 )
o S1 con S1 y S2 con S2 y entrada entre P1 y P2 ) paralelo.

Si P2 con P1 y entrada entre P1 y P2 )
O S2 con S1 y salida entre S1 y S2 ) serie.

a) En esta configuración, se han conectado los primarios en paralelo y los secundarios en serie, luego:

1. La ddp de la fuente se aplica a cada primario. La intensidad demandada a la fuente es la suma de la que recorre cada primario, o el doble de la intensidad del primario.

Tensión en cada primario: V1 = 400 V.
Tensión entregada por la fuente: V1 = 400 V.
Intensidad en cada primario: I1 = 198 A.
Intensidad demandada a la fuente: 2I1 = 396 A.

2. En el secundario, la ddp obtenida es la suma de las obtenidas en cada secundario, o el doble de la tensión del secundario. La intensidad que recorre los secundarios es la misma.

Tensión en cada secundario: V2 = 933 V.
Tensión entregada a la carga: 2V2 = 1866 V.
Intensidad en cada secundario: I2 = 85 A.
Intensidad demandada por la carga: I2 = 85 A.

b) Los dos primarios se han conectado en serie y los dos secundarios en paralelo, luego la tensión aplicada se distribuye a partes iguales entre los dos devanados primarios, mientras que la intensidad demandada por la carga se distribuye, también a partes iguales, entre los dos devanados secundarios. Las fórmulas aplicadas quedarían:

$$\frac{Np}{Ns} = \frac{Ep}{Es} = \frac{Is}{Ip} \quad \text{ó} \quad \frac{1,5}{3,5} = \frac{V1}{V2} = \frac{I2}{I1} = \frac{200}{466} = \frac{42,5}{99}$$

1. Como la tensión de la fuente se distribuye entre los primarios y la intensidad de la fuente es la misma en los dos primarios:

Tensión en cada primario: 1/2 V1 = 200 V.
Tensión entregada por la fuente: V1 = 400 V.
Intensidad en cada primario: I1 = 99 A.
Intensidad demandada a la fuente: I1 = 99 A.

2. Como la intensidad demandada por la carga se distribuye entre los secundarios y la tensión en ellos es igual:

Tensión en cada secundario: V2 = 466 V.
Tensión entregada a la carga: V2 = 466 V.
Intensidad en cada secundario: I2 = 42,5 A.
Intensidad demandada por la carga: I2 = 85 A.

c) Con los cuatro devanados, los dos primarios y los dos secundarios están conectados en paralelo, la intensidad demandada por carga se distribuye entre los dos secundarios, luego las fórmulas serán:

$$\frac{Np}{Ns} = \frac{Ep}{Es} = \frac{Is}{Ip} \quad \text{ó} \quad \frac{1,5}{3,5} = \frac{V1}{V2} = \frac{I2}{I1} = \frac{400}{933} = \frac{42,5}{99}$$

1. La ddp de la fuente se aplica a cada primario. La intensidad demandada a la fuente es la suma de la que recorre cada primario, o el doble de la intensidad del primario.

Tensión en cada primario: V1 = 400 V.
Tensión entregada por la fuente: V1 = 400 V.
Intensidad en cada primario: I1 = 99 A.
Intensidad demandada a la fuente: 2I1 = 198A.

2. Como la intensidad demandada por la carga se distribuye entre los secundarios y la tensión en ellos es igual:

Tensión en cada secundario: V2 = 933 V.
Tensión entregada a la carga: V2 = 933 V.
Intensidad en cada secundario: I2 = 42,5 A.
Intensidad demandada por la carga: I2 = 85 A.

Las conclusiones que se obtienen de este estudio son:

- Con una fuente de un voltaje conocido se pueden alimentar cargas diferentes con diferentes consumos, usando los dos transformadores del ejercicio . Así, una fuente de 400V. 400 A. puede alimentar:

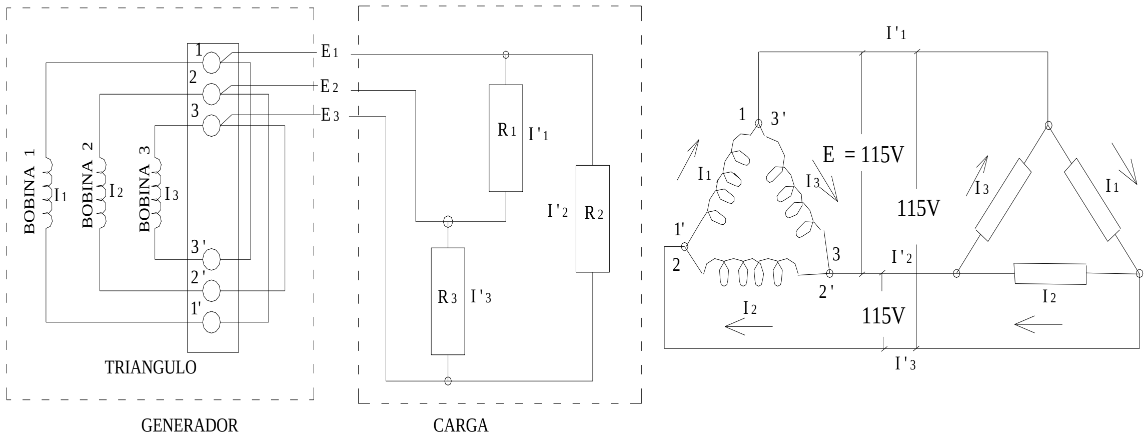
a) Una carga de 1 900 V. 85 A ( ≅ 160 KVA )

b) Cuatro cargas de 400 V. 100 A ( ≅ 160 KVA )

c) Cuatro cargas de 1 00 V 40 A ( ≅ 160 KVA )

**15.3** De un alternador trifásico se sabe que la fem inducida en los devanados del estator es de 115 V., que la intensidad máxima que puede circular por esos devanados es de 300 A., que el rotor esta constituido por un solo electroimán y que el motor que lo impulsa gira a velocidad constante de 24 000 rpm. Determinar frecuencia, voltajes, intensidades de corriente y potencia del generador.

a) En primer lugar, se interconectan las bobinas del generador en triángulo y se definen las características del generador, con una carga conectada.




Nótese, en la figura de la izquierda, que se han conectado puentes entre las patillas 1 y 3 ‘ , 2 y 1 ‘ , 3 y 2 ‘ quedando los devanados del generador conectados en triángulo como se ve esquemáticamente en la figura de la derecha.

Las tensiones que se aplican a cada una de las cargas son iguales a la fem’s de los devanados origen, pero las intensidades que circulan por la línea no son iguales a las intensidades de los devanados y de las cargas.

Así, se ve que:

$$I'_1 = I_1 - I_3 \quad // \quad I'_2 = I_3 - I_2 \quad // \quad I'_3 = I_2 - I_1$$

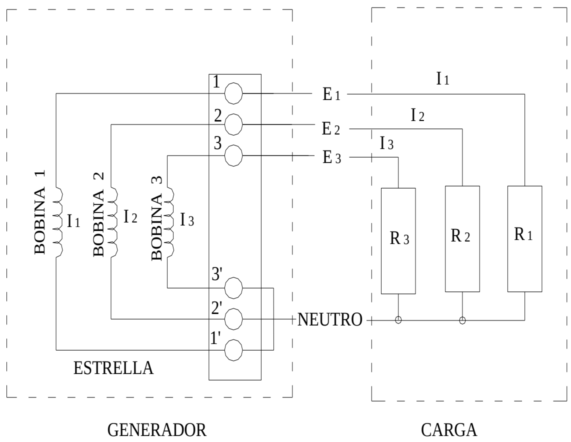
Se sabe que $I' = I \sqrt{3}$ $\qquad I' = 300 \cdot 1{,}73 = 519$ A

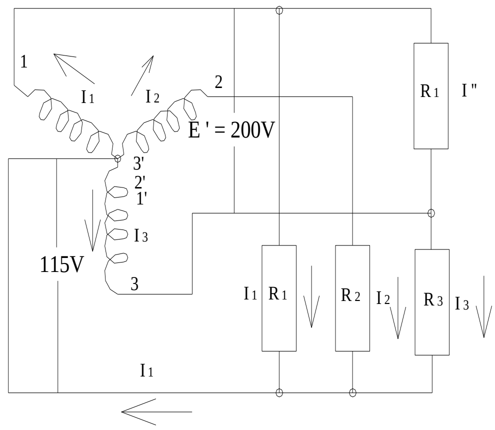
$$I_1 = \frac{E_1}{R_1} \qquad I_2 = \frac{E_2}{R_2} \qquad I_3 = \frac{E_3}{R_3}$$

Que será, como máximo de 300 A.

El voltaje que entrega el generador es de 115 VCA, siendo la tensión de línea igual a la de fase.

b) En segundo lugar, se interconectan las bobinas del generador en estrella y se definen las características del generador, con una carga conectada.




Nótese que se han conectado los tres extremos de los devanados del generador a la línea de neutro, por un lado y por el otro lado, los otros tres extremos de los devanados son los hilos de línea. Con esta composición, la tensión entre fase y neutro es el voltaje de fase, pero la tensión entre fase y fase alcanza el valor de:

$$E' = E\sqrt{3} = 115 \,.\, 1{,}73 = 200 \text{ V.}$$

Con $$I'' = \frac{E'}{R_1}$$

La frecuencia del generador, sea cual sea el conexionado de sus devanados, será:

$$F = \frac{\text{rpm . nº pares polos}}{60} = \frac{24\,000 \,.\, 1}{60} = 400 \text{ Hz}$$

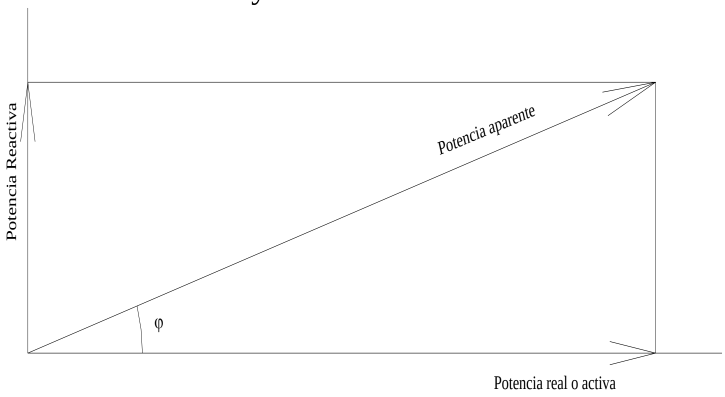
La potencia del generador será, para el sistema en triángulo:

$$P = E\,I'\sqrt{3} = 115 \,.\, 519 \,.\, 1{,}73 \approx 103 \text{ KVA}$$

Y para el sistema, conectado en estrella

$$P = E'\,I\sqrt{3} = 200 .\, 300 \,.\, 1{,}73 \approx 103 \text{ KVA}$$

**15.4** Determinar el factor de potencia de una instalación en el instante en que el contador de potencia real está marcando 58 236 KW y el contador de reactiva está marcando 3954 KVAr.




$$\varphi = \text{arc tg} \frac{3954}{58326} = 3{,}88\,^{o} \qquad \cos 3{,}88 = 0{,}99$$

El factor de potencia es de 0,99.

**15.5** Determinar la velocidad de un motor de Corriente alterna, cuatro polos, instalado a bordo de un avión.

Como la frecuencia de los generadores de a bordo es de 400 Hz y el motor es de 2 pares de polos:

$$V = \frac{f}{\text{pares de polos}} = \frac{400}{2} = 200 \text{ rps} = 12\,000 \text{ rpm}$$

**15.6** Determinar la velocidad a que se debe arrastrar un Generador de Imán Permanente en el que el generador principal tiene un solo par de polos.

Como la frecuencia del generador ha de ser de 400 Hz:

$$V\text{ ( rps )} = \text{fr . nº pares de polos} = 400 \,.\, 1 = 400 \text{ rps}$$

$$400 \text{ rps} = 400 \,.\, 60 = 24\,000 \text{ rpm}$$

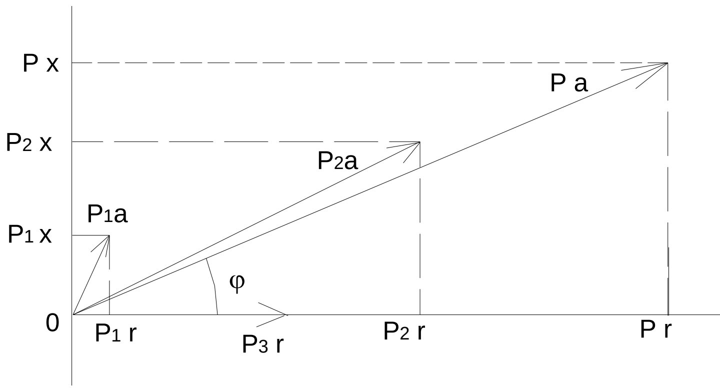
**15.6** Determinar la idoneidad de una distribución efectuada a generador trifásico de características nominales: tensión de distribución o de línea 115 VAC a 400 Hz, con una capacidad nominal de 300 KVA. En principio, se ha efectuado la siguiente distribución:

FASE A : - 7 sistemas de 2 KVA, con cos φ = 0,1
- 21 motores de 3 KVA, con cos φ = 0,75
- 7 sistemas de 4 KW.

FASE B : - 15 sistemas de 3 KVA, con cos φ = 0,2
- 35 motores de 0,75 KVA, con cos φ = 0,85
- 12 sistemas de 5 KW.

FASE C : - 70 motores de 1,3 KVA, con cos φ = 0,8
- 20 motores de 2,1 KVA, con cos φ = 0,77

Se iniciará el estudio determinando la potencia demandada a cada una de las fases. Para ello, como son diferentes los factores de potencia, la suma se efectuará abatiendo cada vector Potencia aparente sobre los ejes reactivo y real y sumando cada rama de potencias.




FASE A:

Para cos $\varphi$ = 0,1   $\varphi$ = 84,26 º

P1r = P1a cos $\varphi$ = 7. 2 cos 84,26º = 1,4 kW

P1x = P1a sen $\varphi$ = 7. 2 sen 93,62º = 13,93 kVAr

Para cos $\varphi$ = 0,75   $\varphi$ = 41,4 º

P2r = P2a cos $\varphi$ = 3 . 21 cos 41,4º = 47,25 kW

P2x = P2a sen $\varphi$ = 3 . 21 sen 41,4º = 41,67 kVAr

P3r = 28 KW

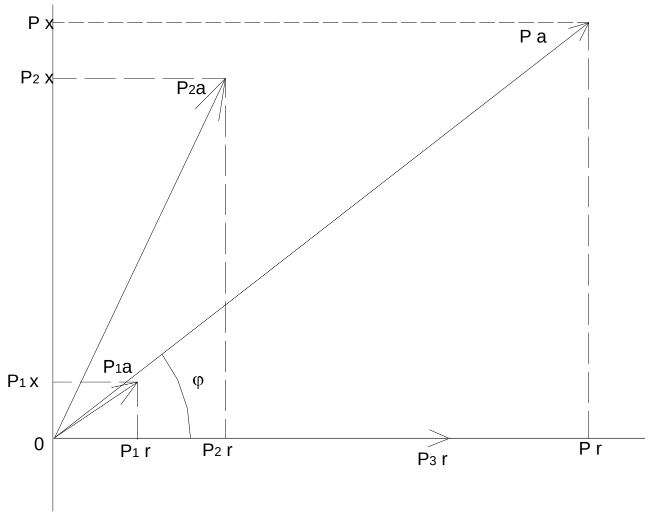
Pr = P1r + P2r + P3r = 1,4 + 47,25 + 28 = 76,65 kW

Px = P1x + P2x = 13,99 + 41,67 = 55,66 kVAr

$$Pa = \sqrt{Px^2 + Pr^2} = \sqrt{55{,}66^2 + 72{,}65^2} = 91{,}52 \text{ kVA}$$

$$\varphi = \text{arc tg} \frac{55{,}66}{72{,}65} = 41{,}62º \qquad \cos\varphi = 0{,}79$$

FASE B:




Para cos φ = 0,85 φ 1 = 35,32 º

P1r = P1a cos φ = 35 cos 35,32º = 29,75 kW

P1x = P1a sen φ = 35 sen 35,32º = 18,44kVAr

Para cos φ = 0,2 φ 2 = 87,18 º

P2r = P2a cos φ = 3 . 15 cos 87,18º = 9 kW

P2x = P2a sen φ = 3 . 15 sen 87,18º = 44,09 kVAr

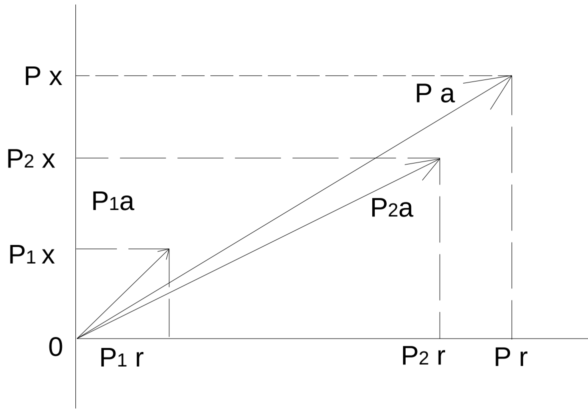
P3r = 12 . 5 = 60 kW

Pr = P1r + P2r + P3r = 29,75 + 9 + 60 = 98,75 kW
Px = P1x + P2x = 18,44 + 44,09 = 62,53 kVAr

$$Pa = \sqrt{Px^2 + Pr^2} = \sqrt{98{,}75^2 + 62{,}53^2} = 116{,}88 \text{ kVA}$$

$$\varphi = \text{arc tg}\ \frac{62{,}53}{98{,}75} = 35{,}94º \qquad \cos\varphi = 0{,}84$$

FASE C:




Para cos φ = 0,8 φ 1 = 40,97 º

P1r = P1a cos φ = 70 . 1,3 cos 40,97º = 72,8 kW

P1x = P1a sen φ = 70 . 1,3 sen 40,97º = 54,6 kVAr

Para cos φ = 0,77 φ 2 = 44,05 º

P2r = P2a cos φ = 20 . 1,2 cos 44,05º = 18,48 kW

P2x = P2a sen φ = 20 . 1,2 sen44,05º = 15,31 kVAr

Pr = P1r + P2r = 72,8 + 18,48 = 91,28 kW
Px = P1x + P2x = 54,6 + 15,31 = 69,91 kVAr

$$Pa = \sqrt{Px^2 + Pr^2} = \sqrt{91{,}28^2 + 69{,}91^2} = 114{,}98 \text{ kVA}$$

$$\varphi = \text{arc tg}\ \frac{69{,}91}{91{,}28} = 41{,}61º \qquad \cos\varphi = 0{,}79$$

1ª Conclusión:

El alternador está sobrecargado, porque, si estuviera equilibrado, o sea si el consumo fuese igual para cada fase, el alternador solo debe suministrar 300 KVA, mientras que en las fases B y C la potencia demanda supera bastante los 100 KVA por fase. De otro lado, la potencia reactiva de cada fase es alta. Procede, pues, a compensar la reactiva de cada fase y ver, después si puede resultar interesante compensar las fases.

Compensación de la energía reactiva.

FASE A:

$$Px_L = \frac{V^2}{X_L} \;,, \qquad X_L = \frac{V^2}{Px} = \frac{115^2}{55\,660} = 0{,}24 \text{ ohmios}$$

Se debe seleccionar una capacidad con reactancia igual a la inductiva del circuito en estudio.

$$C = \frac{1}{2\pi f Xc} = \frac{1}{2 \,.\, 3{,}14 \,.400 \,.\, 0{,}24} = 1{,}66 \,.10^{-3} = 1660\ \mu F$$

Como sólo se fabrican condensadores hasta 500 µF, 400 V., se dispondrán 3 condensadores en paralelo, consiguiendo una capacidad de 1500 µF 400 V., cuya reactancia capacitiva será:

$$Xc = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2 \,.\, 3{,}14 \,.400 \,.\, 0{,}0015} = 0{,}26 \text{ ohmios}$$

La potencia consumida por la capacitancia será:

$$Pxc = \frac{V^2}{X_c} = \frac{115^2}{0{,}26} = 49{,}8 \text{ KVAr}$$

Y la potencia reactiva consumida por la FASE A sería:

$$Px = Px_L - Pxc = 55{,}66 - 49{,}8 = 5{,}86 \text{ KVAr}$$

con una potencia aparente total de:

$$Pa = \sqrt{Px^2 + Pr^2} = \sqrt{5{,}86^2 + 76{,}65^2} = \underline{77\ \text{kVA}}$$

FASE B:

$$Px_L = \frac{V^2}{X_L} \quad ,, \quad X_L = \frac{V^2}{Px} = \frac{115^2}{62\,530} = 0{,}22 \text{ ohmios}$$

Se debe seleccionar una capacidad con reactancia igual a la inductiva del circuito en estudio.

$$C = \frac{1}{2\pi\, f\, Xc} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 400 \cdot 0{,}21} = 1{,}89 \cdot 10^{-3} = 1660\ \mu F$$

Como sólo se fabrican condensadores hasta 500 μF, 400 V., se dispondrán 3 condensadores en paralelo, consiguiendo una capacidad de 1500 μF 400 V., cuya reactancia capacitiva será:

$$Xc = \frac{1}{2\pi\, f\, C} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 400 \cdot 0{,}0015} = 0{,}26 \text{ ohmios}$$

La potencia consumida por la capacitancia será:

$$Pxc = \frac{V^2}{X_c} = \frac{115^2}{0{,}26} = 49{,}8 \text{ KVAr}$$

Y la potencia reactiva consumida por la FASE B sería:

$$Px = Px_L - Pxc = 62{,}53 - 49{,}8 = 12{,}73 \text{ KVAr}$$

con una potencia aparente total de:

$$Pa = \sqrt{Px^2 + Pr^2} = \sqrt{12{,}73^2 + 98{,}75^2} = \underline{99{,}57 \quad kVA}$$

FASE C:

$$Px_L = \frac{V^2}{X_L} \quad ,, \quad X_L = \frac{V^2}{Px} = \frac{115^2}{69\,910} = 0{,}19 \text{ ohmios}$$

Se debe seleccionar una capacidad con reactancia igual a la inductiva del circuito en estudio.

$$C = \frac{1}{2\pi\, f\, Xc} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 400 \cdot 0{,}19} = 2{,}09 \cdot 10^{-3} = 2090\ \mu F$$

Como sólo se fabrican condensadores hasta 500 μF, 400 V., se dispondrán 4 condensadores en paralelo, consiguiendo una capacidad de 2 000 μF 400 V., cuya reactancia capacitiva será:

$$Xc = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 400 \cdot 0{,}002} = 0{,}2 \text{ ohmios}$$

La potencia consumida por la capacitancia será:

$$Pxc = \frac{V^2}{X_c} = \frac{115^2}{0{,}2} = 66{,}12 \text{ KVAr}$$

Y la potencia reactiva consumida por la FASE C sería:

$$Px = Px_L - Pxc = 69{,}91 - 66{,}12 = 3{,}79 \text{ KVAr}$$

con una potencia aparente total de:

$$Pa = \sqrt{Px^2 + Pr^2} = \sqrt{3{,}79^2 + 91{,}28^2} = \underline{91{,}36 \quad \text{KVA}}$$

Entonces, sólo con compensar la energía reactiva se consigue que el alternador no esté sobrecargado. Se podría transferir alguna de las cargas de las fases B y C, que están más cargadas a la fase A, menos cargada, con lo que se consigue un mejor equilibrio de las fases y un mejor funcionamiento del alternador.

La tabla siguiente expone los consumos de cada fase y el total de la instalación antes de efectuar la compensación y después de efectuar la compensación de la energía reactiva.

| CONSUMOS | | POTENCIA ACTIVA ( KW ) | POTENCIA REACTIVA KVAr ) | POTENCIA APARENTE ( kVA ) |
|---|---|---|---|---|
| FASE A | ANTES COMPENSAR | 76,65 | 55,66 | 91,52 |
| | DESPUÉS COMPENSAR | 76,66 | **5,86** | **77** |
| FASE B | ANTES COMPENSAR | 98,75 | 62,53 | 116,88 |
| | DESPUÉS COMPENSAR | 98,75 | **12,73** | **99,57** |
| FASE C | ANTES COMPENSAR | 91,28 | 69,91 | 114,98 |
| | DESPUÉS COMPENSAR | 91,28 | **3,79** | **91,36** |
| TOTALES | ANTES COMPENSAR | 266,68 | 188,10 | 326,29 |
| | DESPUÉS COMPENSAR | 266,68 | **22,38** | **267,62** |

Nótese cómo la potencia demandada al alternador se reduce de 326 KVA a 267 KVA, con una reducción en la fatiga de la máquina del 22 %.

Además, si se redistribuyen las cargas de modo que las tres fases tengan un consumo más igualado se aumentará la vida del alternador, porque, a efectos, es como si el alternador estuviera cargado con 99,57 KVA en cada fase, o sea está trabajando como si la carga fuese de 99,57 . 3 = 298,71 KVA, mientras que solo está entregando 267,62 KVA.

**15.7** Verificar la circulación de corrientes en las fases de un generador trifásico de 30º a 360º, cada 30º.