

4. Disponemos de una muestra de 3 mg de  $^{226}\text{Ra}$ . Sabiendo que dicho núcleo tiene un periodo de semidesintegración de 1600 años y una masa atómica de 226,025 u, determine razonadamente:

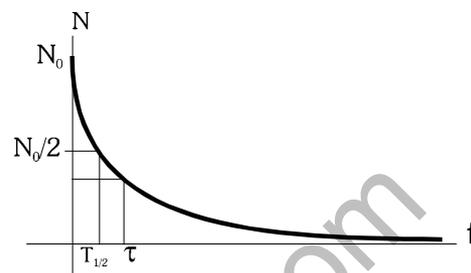
a) el tiempo necesario para que la masa de dicho isótopo se reduzca a 1 mg.

b) Los valores de la actividad inicial y la actividad final de la muestra.

$$u = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

a) Nos encontramos ante una cuestión de radiactividad, emisión de partículas por parte de núcleos inestables, que se transforman en otros núcleos distintos.

Conforme se van desintegrando los átomos, la muestra inicial de 3 mg sin desintegrar, se irá reduciendo, de acuerdo con la ley de desintegración radiactiva.



$N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ , o  $m = m_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$  donde  $m_0$  es la masa inicial,  $t$  el tiempo transcurrido y  $\tau$  la vida media de la sustancia radiactiva (tiempo promedio de desintegración de un núcleo).

Si finalmente se reduce a 1 mg (la tercera parte), podemos despejar el tiempo de la ley de desintegración

$$\frac{m}{m_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow t = -\tau \cdot \ln \frac{m}{m_0}$$

Calculamos la vida media a partir del periodo de semidesintegración ( $T_{\frac{1}{2}}$ ), tiempo que transcurre hasta que la

cantidad de átomos inicial se reduce a la mitad.  $T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau \rightarrow \tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \approx 2308,31 \text{ años}$

Por lo tanto, el tiempo necesario  $t = -\tau \cdot \ln \frac{m}{m_0} = -2308,31 \text{ años} \cdot \ln \frac{1 \text{ mg}}{3 \text{ mg}} = 2535,94 \text{ años}$

b) Por actividad de una muestra radiactiva entendemos el número de desintegraciones que tienen lugar en la unidad de tiempo. Mide el ritmo de desintegración de la sustancia. En el S.I. se mide en Becquerel (Bq). 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

La actividad depende del tipo de sustancia y de la cantidad (el nº de átomos) que tengamos en un instante

determinado. Se calcula con la expresión:  $\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$

Calculamos  $\lambda$ , la constante radiactiva del radio, a partir del periodo de semidesintegración

$$T_{\frac{1}{2}} = 1600 \text{ años} = 5,046 \cdot 10^{10} \text{ s.}$$

$\lambda$  y  $T_{\frac{1}{2}}$  están relacionados a través de la vida media  $\tau$ .  $\tau = \frac{1}{\lambda}$   $T_{\frac{1}{2}} = \tau \cdot \ln 2$

$$\text{Por tanto } \lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = 1,374 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$$

Para calcular las actividades inicial y final, necesitamos conocer el número de átomos en cada momento.

$$\text{Inicial (N}_1\text{)} : 0,003 \text{ g } ^{226}\text{Ra} \cdot \frac{1 \text{ mol } ^{226}\text{Ra}}{226,025 \text{ g } ^{226}\text{Ra}} \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos } ^{226}\text{Ra}}{1 \text{ mol } ^{226}\text{Ra}} = 7,99 \cdot 10^{18} \text{ átomos } ^{226}\text{Ra}$$

$$\text{Final (N}_2\text{)} : 0,001 \text{ g } ^{226}\text{Ra} \cdot \frac{1 \text{ mol } ^{226}\text{Ra}}{226,025 \text{ g } ^{226}\text{Ra}} \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos } ^{226}\text{Ra}}{1 \text{ mol } ^{226}\text{Ra}} = 2,66 \cdot 10^{18} \text{ átomos } ^{226}\text{Ra}$$

Así

$$\text{Actividad inicial } \frac{dN_1}{dt} = -\lambda \cdot N_1 = -1,374 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1} \cdot 7,99 \cdot 10^{18} \text{ átomos} = -1,098 \cdot 10^8 \text{ Bq}$$

$$\text{Actividad final } \frac{dN_2}{dt} = -\lambda \cdot N_2 = -1,374 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1} \cdot 2,66 \cdot 10^{18} \text{ átomos} = -3,655 \cdot 10^7 \text{ Bq}$$

Vemos que la actividad de la muestra también se reduce a la tercera parte.

4. En las estrellas de núcleos calientes predominan las fusiones del denominado ciclo del carbono, cuyo último paso consiste en la fusión de un protón con  ${}^{15}_7\text{N}$  para dar  ${}^{12}_6\text{C}$  y un núcleo de helio.

a) Escriba la reacción nuclear.

b) Determine la energía necesaria para formar 1 kg de  ${}^{12}_6\text{C}$ .

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  ;  $m({}^1_1\text{H}) = 1,007825 \text{ u}$  ;  $m({}^{15}_7\text{N}) = 15,000108 \text{ u}$  ;  $m({}^{12}_6\text{C}) = 12,000000 \text{ u}$  ;  
 $m({}^4_2\text{He}) = 4,002603 \text{ u}$  ;  $u = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

a) La reacción nuclear de fusión entre un protón ( ${}^1_1\text{H}$ ) y un núcleo de nitrógeno-15 ( ${}^{15}_7\text{N}$ ) es:



Se cumple, como en toda reacción nuclear, que la suma de números atómicos y másicos se mantiene constante, al principio y al final de la reacción, así como la carga eléctrica.

b) Para calcular la energía necesaria para producir 1 kg de C-12, debemos calcular en primer lugar la energía de reacción en la formación de un núcleo de C-12.

La energía de reacción absorbida o desprendida se debe a la transformación de masa en energía o viceversa, dada por la fórmula de Einstein  $E = m \cdot c^2$ . En este caso  $E_r = \Delta m \cdot c^2$

siendo

$$\Delta m = \sum m_{\text{PRODUCTOS}} - \sum m_{\text{REACTIVOS}} = m(\text{C}) + m(\text{He}) - m(\text{H}) - m(\text{N}) = -0,00533 \text{ u} = -9,061 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

Y la energía de reacción  $E_r = \Delta m \cdot c^2 = -9,061 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1})^2 = -8,15 \cdot 10^{-13} \text{ J} = -5,10 \text{ MeV}$

Obtenemos un valor negativo, que corresponde a energía desprendida. En este caso, se ha transformado materia en energía.

Teniendo en cuenta el signo que obtenemos, no tiene mucho sentido el que nos hablen de « energía necesaria », que sería lógico en el caso de que la energía de reacción saliese positiva. Estoy seguro de que no se refieren a la energía cinética mínima que deben llevar los protones para vencer la repulsión electrostática y acercarse lo suficiente al núcleo de nitrógeno de forma que actúe la fuerza nuclear fuerte, ya que su cálculo excede el nivel de este curso. Será un error « leve » del enunciado (o no tan leve, porque puede hacer perder tiempo comprobando una y otra vez la cuenta, con el nerviosismo que conlleva).

Calculamos ahora la energía « necesariamente desprendida » por cada kg (1000 g) de C-12 obtenido. Sabemos que 1 mol de C-12 tiene una masa de 12 g y contiene  $6,022 \cdot 10^{23}$  átomos. Y hemos calculado que al formarse cada átomo de C-12 se desprenden  $8,15 \cdot 10^{-13} \text{ J}$ .

$$1000 \text{ g } {}^{12}\text{C} \cdot \frac{1 \text{ mol } {}^{12}\text{C}}{12 \text{ g } {}^{12}\text{C}} \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos } {}^{12}\text{C}}{1 \text{ mol } {}^{12}\text{C}} \cdot \frac{8,15 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{1 \text{ átomo } {}^{12}\text{C}} = 4,089 \cdot 10^{13} \text{ J desprendidos}$$

También puede hacerse con

$$1 \text{ kg } {}^{12}\text{C} \cdot \frac{1 \text{ u}}{1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg } {}^{12}\text{C}} \cdot \frac{1 \text{ átomo } {}^{12}\text{C}}{12 \text{ u}} \cdot \frac{8,15 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{1 \text{ átomo } {}^{12}\text{C}} = 3,995 \cdot 10^{13} \text{ J desprendidos}$$

(Nota: La pequeña diferencia observada entre ambos resultados se debe únicamente a la poca precisión en el valor de  $u$  ( $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , en lugar de  $1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ) que aparece en el enunciado del problema)

2. a) Enuncie la ley de desintegración radiactiva y enumere las magnitudes que intervienen en su expresión.  
 b) Considere dos muestras de dos isótopos radiactivos. Si el periodo de semidesintegración de una es el doble que el de la otra, razone cómo cambia la relación entre las actividades de ambas muestras en función del tiempo.

a) Al emitir radiación, la sustancia se va transformando en otra diferente. Esta transformación no es instantánea, ya que no todas las desintegraciones se producen a la vez. Además, es un proceso aleatorio, no sabemos en qué instante exacto se desintegrará un átomo en concreto. Pero, con mayor o menor rapidez, el número de átomos de la sustancia inicial va disminuyendo (y aumentando el de la sustancia final). La rapidez de esta disminución depende de dos factores:

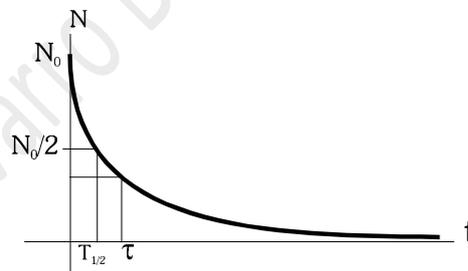
Naturaleza de la sustancia: Esta influencia viene marcada por la llamada **constante de desintegración** ( $\lambda$ ). Se mide en  $s^{-1}$ . Cada sustancia radiactiva tendrá su  $\lambda$ . Indica la probabilidad de que un núcleo se desintegre en la unidad de tiempo. La magnitud inversa es la **vida media** ( $\tau = 1/\lambda$ ), tiempo medio que tarda un núcleo en sufrir la desintegración radiactiva.

Número de átomos que tengamos en cada instante:  $N$ . En el instante inicial, ese  $n^\circ$  será  $N_0$ .

La ley de desintegración, en su forma diferencial es  $\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$

En forma exponencial:  $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ , o  $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t}$

(también  $N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ )



La magnitud  $\frac{dN}{dt}$  se denomina **actividad**, e indica la rapidez con que se desintegra la sustancia (es decir, el número de desintegraciones por segundo que ocurren en un instante). Se mide, en el S.I., en *desintegraciones / s* (*becquerel*, Bq).

La cantidad  $N/N_0$  se denomina **fracción sin desintegrar**, y suele medirse en %.

b) El periodo de semidesintegración es el tiempo que tardan en desintegrarse la mitad de los núcleos de una muestra radiactiva. Está relacionado con la vida media por  $T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau$

De este modo, si el periodo de semidesintegración de una es el doble que el de la otra ( $T_2 = 2 \cdot T_1$ ), también su vida media será el doble ( $\tau_2 = 2 \cdot \tau_1$ ), y la constante radiactiva, la mitad ( $\lambda_2 = \lambda_1/2 \rightarrow \lambda_1 = 2 \cdot \lambda_2$ )

La relación entre las actividades será

$$\frac{\frac{dN_1}{dt}}{\frac{dN_2}{dt}} = \frac{-\lambda_1 \cdot N_1}{-\lambda_2 \cdot N_2} = 2 \cdot \frac{N_1}{N_2} = 2 \cdot \frac{N_{01} \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t}}{N_{02} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t}} = 2 \cdot \frac{N_{01}}{N_{02}} \cdot e^{(\lambda_2 - \lambda_1) \cdot t} = 2 \cdot \frac{N_{01}}{N_{02}} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t}$$

Como la muestra 1 se desintegra más rápidamente que la 2, su actividad se reduce más rápidamente. La relación actividad1/actividad2 disminuye exponencialmente con el tiempo hasta hacerse cero. Si calculáramos la relación actividad2/actividad1, tendería a infinito exponencialmente con el tiempo.

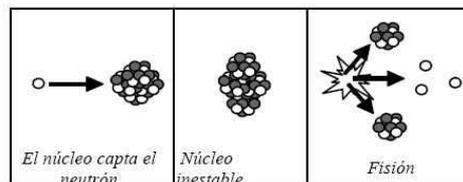
4. La fisión de un átomo de  $^{235}_{92}\text{U}$  se produce por captura de un neutrón, siendo los productos principales de este proceso  $^{144}_{56}\text{Ba}$  y  $^{90}_{36}\text{Kr}$ .

a) Escriba y ajuste la reacción nuclear correspondiente y calcule la energía desprendida por cada átomo que se fisiona.

b) En una determinada central nuclear se liberan mediante fisión  $45 \cdot 10^8 \text{ W}$ . Determine la masa del material fisionable que se consume cada día.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} ; m_{\text{U}} = 235,12 \text{ u} ; m_{\text{Ba}} = 143,92 \text{ u} ; m_{\text{Kr}} = 89,94 \text{ u} ; m_{\text{n}} = 1,008665 \text{ u} ; 1 \text{ u} = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

a) La fisión nuclear consiste en la ruptura de un núcleo de un elemento pesado (por número másico por encima del hierro) en otros más ligeros, normalmente al ser bombardeado con neutrones. Al captar el neutrón, el núcleo se vuelve inestable y se descompone en dos núcleos, desprendiéndose además uno o varios neutrones. En los núcleos pesados, como es el caso del uranio, este proceso desprende energía.



La reacción nuclear correspondiente, teniendo en cuenta que debe cumplirse la conservación de la suma de los números atómicos (Z) y másicos (A) al principio y al final de la reacción, queda.



La energía liberada en este proceso se debe a la transformación de masa en energía. En una reacción nuclear, la energía total se conserva, pero no así la masa. Parte de la masa se transforma en energía (o viceversa), de acuerdo con la teoría de la Relatividad de Einstein (1905). La energía absorbida o desprendida en la reacción viene dada por la expresión

$$E_r = \Delta m \cdot c^2$$

donde  $\Delta m$  es el defecto másico  $\Delta m = \sum m_{\text{PRODUCTOS}} - \sum m_{\text{REACTIVOS}}$  y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío.

Así, para esta reacción

$$\Delta m = (m_{\text{Ba}} + m_{\text{Kr}} + 2 \cdot m_{\text{n}}) - (m_{\text{U}} + m_{\text{n}}) = 235,87733 \text{ u} - 236,12867 \text{ u} = -0,251335 \text{ u}$$

El signo negativo nos indica que se ha producido una pérdida de masa, lo que se traduce en un desprendimiento de energía (en este caso energía cinética de los núcleos y partículas resultantes).

Pasamos a kg el defecto másico:  $-0,251335 \text{ u} = -4,272695 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$

Y la energía desprendida

$$E_r = \Delta m \cdot c^2 = -4,272695 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1})^2 = -3,8454255 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

Por cada núcleo de uranio fisionado se desprenden (redondeando)  $3,845 \cdot 10^{-11} \text{ J}$ .

b) Si en la central se liberan  $45 \cdot 10^8 \text{ W}$ , significa que se desprenden  $45 \cdot 10^8 \text{ J}$  por segundo. En un día se desprenderán

$$\frac{45 \cdot 10^8 \text{ J}}{1 \text{ s}} \cdot \frac{86400 \text{ s}}{1 \text{ día}} = 3,888 \cdot 10^{14} \text{ J por día}$$

Por lo tanto, sabiendo que:

La fisión de un núcleo de uranio desprende  $3,845 \cdot 10^{-11} \text{ J}$

Masa de un núcleo de U-235 =  $235,12 \text{ u}$

$1 \text{ u} = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

Usando factores de conversión:

$$3,888 \cdot 10^{14} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ núcleo U}}{3,845 \cdot 10^{-11} \text{ J}} \cdot \frac{235,12 \text{ u}}{1 \text{ núcleo U}} \cdot \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} = 4,0417 \text{ kg de U-235 se consumen cada día.}$$

(También podemos usar la conversión mediante el nº de Avogadro:

Mat(U-235) =  $235,12 \rightarrow 1 \text{ mol U-235} = 235,12 \text{ g U-235} = 0,23512 \text{ kg U-235}$

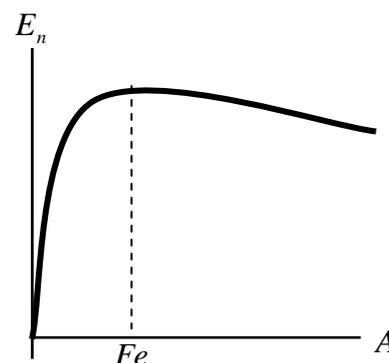
$1 \text{ mol U-235} = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ núcleos U-235}$

$$3,888 \cdot 10^{14} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ núcleo U}}{3,845 \cdot 10^{-11} \text{ J}} \cdot \frac{1 \text{ mol U}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ núcleos U}} \cdot \frac{0,23512 \text{ kg U}}{1 \text{ mol U}} = 3,948 \approx 4 \text{ kg U 235}$$

2. a) **Estabilidad nuclear.**b) **Explique el origen de la energía liberada en los procesos de fisión y fusión nucleares.**

a) La estabilidad nuclear es la tendencia que tiene un núcleo atómico a mantenerse inalterado. Es decir, un núcleo es estable si no se descompone, si no se transforma en otro núcleo mediante desintegraciones radiactivas. De hecho, se considera que un núcleo es estable si su vida media es mayor que la edad del universo.

Es la interacción nuclear fuerte (varios órdenes de magnitud más intensa que la repulsión electrostática) la responsable de mantener unidas las partículas que componen el núcleo. Es una interacción de muy corto alcance, lo que hace que núcleos que muchas partículas (más de 200) tiendan a ser inestables. En otras ocasiones es la interacción nuclear débil la que produce inestabilidad en el núcleo, produciendo desintegraciones radiactivas.



La mayor o menor estabilidad de un núcleo depende de la energía desprendida en su formación. Concretamente, del promedio de energía desprendido por cada partícula.

Esto se conoce como energía de enlace por nucleón.  $E_n = \frac{E_e}{A}$ , siendo  $E_e$  la energía de enlace

( $E_e = |\Delta m \cdot c^2|$ ) y  $A$  el número másico. Las partículas del núcleo se mantendrán unidas mientras no se les suministre esa energía.

Representando la energía de enlace por nucleón en función del número másico, se obtiene una gráfica como la de la figura, en la que se observa que la  $E_n$  (y, por tanto, la estabilidad nuclear) aumenta con  $A$  para los elementos más ligeros y tiene un máximo para el elemento Hierro ( $A = 56$ ), decreciendo suavemente para elementos más pesados. Los elementos más ligeros que el hierro desprenden energía al fusionarse, mientras que para los elementos pesados es la fisión, o rotura, lo que produce desprendimiento de energía.

Para elementos ligeros, la estabilidad se da para isótopos con aproximadamente el mismo número de protones que neutrones. Sin embargo, en los elementos muy pesados, la proporción entre neutrones y protones es de aproximadamente 1,5.

b) El origen de la energía desprendida en los procesos de fusión y fisión nucleares, así como en cualquier otro tipo de reacción nuclear, está en la transformación de masa en energía. En un proceso nuclear que libere energía, la masa total de los productos (núcleos y partículas resultantes) es menor que la suma de las masas de los reactivos (núcleos y partículas iniciales). Esto se conoce como defecto másico, y se explica a partir de la teoría de la relatividad de Einstein. Una de sus consecuencias es la de la equivalencia masa-energía,  $E = m \cdot c^2$ .

La energía desprendida de este modo se conoce como energía de reacción ( $E_r$ ).

$$E_r = \Delta m \cdot c^2, \text{ siendo el defecto másico } \Delta m = m_{\text{productos}} - \sum m_{\text{reactivos}}$$

(Recordemos:

**Fusión nuclear:** Unión de dos núcleos ligeros para dar lugar a un núcleo más pesado, normalmente acompañado de desprendimiento de neutrones y energía. Ejemplo:  ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$

**Fisión nuclear:** Rotura de un núcleo pesado al ser bombardeado con neutrones. Esta reacción da lugar a dos núcleos más ligeros, varios neutrones y el desprendimiento de energía.

Ejemplo:  ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{144}_{56}\text{Ba} + {}^{89}_{36}\text{Kr} + 3 {}^1_0\text{n}$  )

**4. La masa atómica del isótopo  ${}^{14}_7N$  es 14,0001089 u.****a) Indique los nucleones de este isótopo y calcule su defecto de masa.****b) Calcule su energía de enlace.****c =  $3,0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  ;  $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $m_p = 1,007276 \text{ u}$  ;  $m_n = 1,008665 \text{ u}$** 

a) El número de nucleones (protones o neutrones) de un determinado isótopo vienen determinados por su número atómico ( $Z = \text{n}^\circ$  de protones = 7 en este caso) y su número másico ( $A = \text{n}^\circ$  de protones +  $\text{n}^\circ$  de neutrones). Así

$$A = Z + N \rightarrow 14 = 7 + N \rightarrow N = 7$$

Este isótopo posee en su núcleo 7 protones y 7 neutrones.

El defecto másico de un núcleo es la diferencia entre la masa del núcleo y la suma de las masas de sus partículas por separado.

$$\Delta m = m_{\text{NÚCLEO}} - \sum m_{\text{PARTÍCULAS}} = 14,001089 \text{ u} - (7 \cdot 1,007276 \text{ u} + 7 \cdot 1,008665 \text{ u}) = -0,110498 \text{ u}$$

En unidades del S.I.  $\Delta m = -1,845 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$  (el signo - corresponde a masa perdida)

b) Cuando se forma un núcleo mediante la unión de los protones y neutrones que lo componen, se observa que *la masa nuclear es menor que la suma de las masas de las partículas por separado*. Es decir, se ha perdido masa en el proceso de formación (sin embargo, las partículas siguen siendo las mismas). A esa masa perdida se le denomina **defecto másico ( $\Delta m$ )**. Se calcula con la expresión

$$\Delta m = m_{\text{NÚCLEO}} - \sum m_{\text{PARTÍCULAS}}$$

¿Que ha ocurrido con esta masa? Pues se ha transformado en energía, la cual es desprendida en forma de radiación. *La cantidad de energía desprendida al formarse el núcleo a partir de sus partículas se denomina **energía de enlace ( $E_e$ )***, y se calcula mediante  $E_e = |\Delta m \cdot c^2|$

Si bien es una energía desprendida (correspondería que fuera negativa), se toma en valor absoluto.

También puede entenderse la energía de enlace como la *energía que hay que suministrar al núcleo para descomponerlo en sus partículas*. (entonces cobra sentido el signo positivo)

Para el  ${}^{14}_7N$ , la energía de enlace queda

$$E_e = |\Delta m \cdot c^2| = 1,845 \cdot 10^{-28} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,66 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

2. a) Explique el origen de la energía liberada en una reacción nuclear basándose en el balance masa-energía.

b) Dibuje aproximadamente la gráfica que relaciona la energía de enlace por nucleón con el número másico y, a partir de ella, justifique por qué en una reacción de fisión se desprende energía.

a) En una reacción nuclear, núcleos de un determinado elemento químico se transforman en núclidos diferentes (uno o varios), normalmente al chocar con otros núcleos o partículas subatómicas, pudiéndose desprender más partículas.

En estas reacciones, se observa que no se cumple la conservación de la masa. La masa total de los productos (núcleos y partículas finales) es distinta de la masa total de los reactivos (núcleos y partículas iniciales). La teoría de la relatividad de Einstein explica este hecho razonando que masa y energía pueden transformarse una en la otra. La cantidad de energía equivalente a una masa  $m$  viene dada por la expresión  $E = m \cdot c^2$ , donde la constante  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío.

Así, en una reacción nuclear, la Energía absorbida o desprendida en la reacción se calcula como.

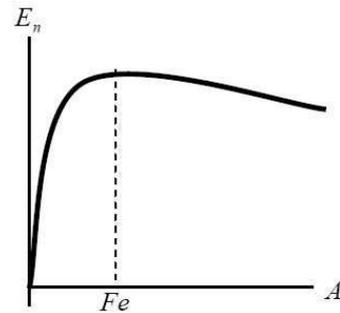
$$E_{reacc} = \Delta m \cdot c^2 = (\Sigma masa productos - \Sigma masa reactivos) \cdot c^2$$

Si se pierde masa en la reacción ( $\Delta m$  negativo), se libera energía, que es el caso que nos planteaban.

b) La energía de enlace por nucleón ( $E_n$ ) indica el promedio de energía desprendido por cada partícula (protón o neutrón) en la formación de un núcleo a partir de sus nucleones. También puede entenderse como la energía que es necesario suministrar a cada partícula para descomponer el núcleo. Es un buen indicador de la estabilidad del núcleo. Se calcula

con la  $E_n = \frac{E_e}{A}$ , siendo  $E_e$  la energía de enlace y  $A$  el número másico.

Representando la energía de enlace por nucleón en función del número másico, se obtiene una gráfica como la de la figura, en la que se observa que la  $E_n$  (y, por tanto, la estabilidad nuclear) aumenta con  $A$  para los elementos más ligeros y tiene un máximo para el elemento Hierro ( $A = 56$ ), decreciendo suavemente para elementos más pesados.



La variación de energía en un proceso nuclear puede calcularse mediante un mecanismo sencillo: en primer lugar tendremos que suministrar energía ( $E_n$ ) a las partículas de los núcleos iniciales para descomponerlos, y luego, al formarse los núcleos finales, cada partícula desprenderá una energía igual a su  $E_n$  correspondiente. Para que este proceso desprenda energía, la  $E_n$  de los productos debe ser mayor que la de los núcleos iniciales.

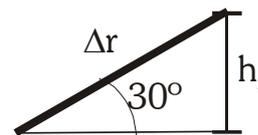
En una reacción de fisión, un núcleo se descompone en dos o más núcleos más pequeños (menor  $A$ ) que el original, al ser bombardeado con partículas, normalmente neutrones.

Vemos en la gráfica que este proceso desprenderá energía sólo para núcleos pesados, de  $A$  elevado, ya que los núcleos resultantes estarán más arriba en la gráfica (tendrán mayor  $E_n$ ). Es el caso del uranio, o el plutonio, usados en las centrales nucleares.

La fisión de elementos más ligeros no producirá desprendimiento de energía, ya que los núcleos resultantes tienen menor  $E_n$  que el núcleo inicial.

La altura  $h_2$  que alcanza está relacionada con la distancia  $\Delta r$  recorrida por la pendiente.

$$\text{sen}30^\circ = \frac{h_2}{\Delta r} \rightarrow h_2 = \Delta r \cdot \text{sen}30^\circ = \frac{\Delta r}{2}$$



Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica (en este caso, no se conserva):

$$W_{FR} = E_{M2} - E_{M1} \rightarrow mgh_2 - \frac{1}{2}K \cdot \Delta x_1^2 = W_{FR} \rightarrow 10 \cdot \Delta r - 10 = -2 - 1,732 \cdot \Delta r \rightarrow \Delta r = 0,68 \text{ m}$$

4. El período de semidesintegración del  $^{226}\text{Ra}$  es de 1620 años.

a) Explique qué es la actividad y determine su valor para 1 g de  $^{226}\text{Ra}$ .

b) Calcule el tiempo necesario para que la actividad de una muestra de  $^{226}\text{Ra}$  quede reducida a un dieciseisavo de su valor original.

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Nos encontramos ante una cuestión de radiactividad, emisión de partículas por parte de núcleos inestables, que se transforman en otros núcleos distintos.

a) Por actividad de una muestra radiactiva entendemos el número de desintegraciones que tienen lugar en la unidad de tiempo. Mide el ritmo de desintegración de la sustancia. En el S.I. se mide en Becquerel (Bq). 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

La actividad depende del tipo de sustancia y de la cantidad (el nº de átomos) que tengamos en un instante

determinado. Se calcula con la expresión:  $\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$

Calculamos  $\lambda$ , la constante radiactiva del radio, a partir del periodo de semidesintegración

$$T_{1/2} = 1620 \text{ años} = 5,1 \cdot 10^{10} \text{ s.}$$

$\lambda$  y  $T_{1/2}$  están relacionados a través de la vida media  $\tau$ .  $\tau = \frac{1}{\lambda}$   $T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$

$$\text{Por tanto } \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 1,36 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$$

Calculamos ahora  $N$ , el nº de átomos de Ra contenidos en 1 g

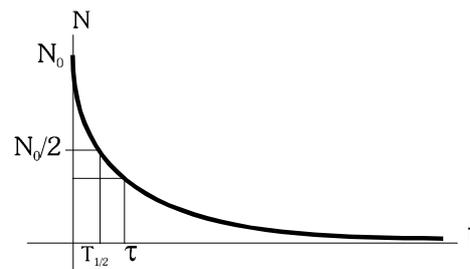
La masa atómica del  $^{226}\text{Ra}$  es de 226 u aproximadamente, con lo que 1 mol de  $^{226}\text{Ra}$  tiene 226 g de masa. Así:

$$1 \text{ g } ^{226}\text{Ra} \cdot \frac{1 \text{ mol } ^{226}\text{Ra}}{226 \text{ g } ^{226}\text{Ra}} \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos } ^{226}\text{Ra}}{1 \text{ mol } ^{226}\text{Ra}} = 2,66 \cdot 10^{21} \text{ átomos } ^{226}\text{Ra}$$

Sustituyendo en la expresión de la actividad  $\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N = -3,62 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$

Es decir, la cantidad de  $^{226}\text{Ra}$  presente en la muestra se reduce actualmente a un ritmo de  $3,62 \cdot 10^{10}$  desintegraciones por segundo.

b) El periodo de semidesintegración,  $T_{1/2}$ , indica el tiempo que tarda una cierta cantidad de sustancia radiactiva en reducirse a la mitad, es decir, el tiempo que transcurre hasta la desintegración de la mitad de núcleos que teníamos inicialmente. De este modo, al cabo de un periodo de semidesintegración, quedará la mitad de la muestra original, al cabo de dos veces el  $T_{1/2}$ , quedará la cuarta parte, al cabo de tres  $T_{1/2}$ , la octava parte, y quedará un dieciseisavo de la cantidad original transcurrido un tiempo igual a cuatro veces el periodo de semidesintegración.



Por lo tanto, el tiempo necesario que nos piden es de  $4 \cdot 1620 \text{ años} = \underline{6480 \text{ años}} = 2,04 \cdot 10^{11} \text{ s}$