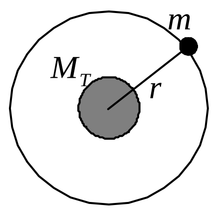
3. Un satélite del sistema de posicionamiento GPS, de 1200 kg, se encuentra en una órbita circular de radio 3 R_T.
a) Calcule la variación que ha experimentado el peso del satélite respecto del que tenía en la superficie terrestre.
b) Determine la velocidad orbital del satélite y razone si la órbita descrita es geoestacionaria.
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$; $M_T = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg ; $R_T = 6400$ km



a) En su órbita alrededor de la Tierra, el satélite está sometido únicamente a la acción de la fuerza gravitatotia que la Tierra ejerce sobre el mismo. Esta fuerza (el peso del satélite) viene dada por la ley de Gravitación de Newton.

$$F_{g\ órbita} = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = \frac{G \cdot M_T \cdot m}{(3R_T)^2} = \frac{G \cdot M_T \cdot m}{9R_T^{\ 2}} = \frac{F_{g\ sup}}{9}$$

Vemos que el peso del satélite se reduce a la novena parte del peso en la superficie terrestre.

Datos:
$r = 3\ R_T = 19200\ km = 1{,}92 \cdot 10^7\ m$
$m = 1200\ kg$.

(También puede entenderse la variación como la diferencia numérica entre los pesos. Basta entonces con sustituir los valores para el caso de la superficie terrestre ($r = R_T$), dando un peso de 11724,6 N, y para el caso de la órbita ($r = 3\ R_T$), siendo el peso entonces de 1302,7 N. El peso disminuye en 10421,9 N.)

b) La velocidad del satélite en su órbita se calcula con la expresión

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}}{3 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6}} = 4565{,}5\ m \cdot s^{-1}$$

Un satélite geoestacionario se encuentra siempre sobre la vertical del mismo punto de la superficie terrestre. Para que esto ocurra, la órbita debe ser ecuatorial y su periodo de revolución debe ser igual al terrestre, es decir, de 1 día (86400 s). Esto hace que sólo exista una posible órbita para este tipo de satélites, con un radio de unos 42.000 km. No es este el caso del problema.

Calcularemos el periodo de revolución del satélite. Dado que se trata de un movimiento uniforme, podemos calcular este tiempo dividiendo la distancia recorrida (una vuelta = 2 · π · r) entre la velocidad que lleva (v_{orb}). Así

$$T = \frac{d}{v_{orb}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v_{orb}} = 26423{,}6\ s\ (7{,}3\ h)$$ Por tanto, no puede ser geoestacionario.

Otra forma de calcularlo, es a partir de la aplicación de la 3ª ley de Kepler al movimiento del satélite.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = 26423{,}6\ s$$

3. Dos masas puntuales de 5 y 10 kg, respectivamente, están situadas en los puntos (0,0) y (1,0) m, respectivamente.
a) Determine el punto entre las dos masas donde el campo gravitatorio es cero.
b) Calcule el potencial gravitatorio en los puntos A (-2,0) m y B (3,0) m y el trabajo realizado al trasladar desde B hasta A una masa de 1,5 kg. Comente el significado del signo del trabajo.
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$

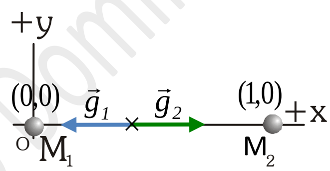
Nos encontramos ante dos masas puntuales que crean campo gravitatorio a su alrededor. En cualquier punto del espacio, el campo gravitatorio total se calcula aplicando el principio de superposición, es decir, el campo total en un punto es la suma de los dos campos gravitatorios individuales.

$$\vec{g}_P = \vec{g}_{1P} + \vec{g}_{2P} = -\frac{GM_1}{r_1^2}\vec{u}_{r1} - \frac{GM_2}{r_2^2}\vec{u}_{r2}$$

a) Para que el campo gravitatorio total sea cero, ambos vectores deben tener igual módulo, igual dirección y sentidos opuestos.

$$\vec{g}_P = \vec{g}_{1P} + \vec{g}_{2P} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{g}_{1P} = -\vec{g}_{2P}$$

El punto donde estas condiciones se cumplen debe estar en la línea que une ambas masas, y en la zona intermedia entre las mismas, como indica el dibujo. Además, se encontrará más cerca de la masa menor (la de 5 kg).



Igualando los módulos

$$\frac{GM_1}{r_1^2} = \frac{GM_2}{r_2^2} \quad \rightarrow \quad \frac{5\,kg}{r_1^2} = \frac{10\,kg}{r_2^2} \quad \rightarrow \quad r_2^2 = 2 \cdot r_1^2 \quad \rightarrow \quad r_2 = \sqrt{2} \cdot r_1$$

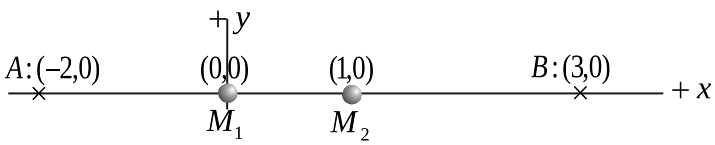
Vemos en el dibujo que ambas distancias r_1 y r_2 suman 1 m. $\quad r_1 + r_2 = 1m$

Resolviendo el sistema, tenemos que $r_1 + \sqrt{2} \cdot r_1 = 1 \quad \rightarrow \quad r_1 = 0{,}414m \quad \rightarrow \quad r_2 = 0{,}586m$

b) El campo gravitatorio es un campo conservativo. Eso significa, por una parte, que tiene una función potencial asociada en cada punto del espacio (potencial gravitatorio, V). Y por otro lado, que el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria en un desplazamiento entre os puntos es independiente del camino elegido, sólo depende de los puntos inicial y final, y puede calcularse con la expresión $W_{Fg} = -\Delta Epg = -(Epg_f - Epg_i) = Epg_i - Epg_f$

El potencial creado por ambas masas puntuales en un punto se calcula nuevamente aplicando el principio de superposición

$$V = V_1 + V_2 = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2}$$



En el punto A:(-2,0)m

$$V_A = V_{1A} + V_{2A} = -\frac{GM_1}{r_{1A}} - \frac{GM_2}{r_{2A}} = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5}{2} - \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 10}{3} = -3{,}891 \cdot 10^{-10}\ J/kg$$

En el punto B:(3,0)m

$$V_B = V_{1B} + V_{2B} = -\frac{GM_1}{r_{1B}} - \frac{GM_2}{r_{2B}} = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5}{3} - \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 10}{2} = -4{,}447 \cdot 10^{-10}\ J/kg$$

El trabajo entre el punto inicial B y el punto final A los calculamos con la expresión explicada arriba

$$W_{Fg} = -\Delta Epg = -(Epg_A - Epg_B) = Epg_B - Epg_A = m \cdot V_B - m \cdot V_A = m \cdot (V_B - V_A) =$$

$$= 1{,}5kg \cdot (-4{,}447 \cdot 10^{-10}\ J/kg - (-3{,}891 \cdot 10^{-10}\ J/kg)) = 1{,}5kg \cdot (-5{,}56 \cdot 10^{-11}\ J/kg) = -8{,}34 \cdot 10^{-11}\ J$$

El signo del trabajo es negativo, ya que la variación de energía potencial es positiva (el potencial es mayor en el punto final A que en el inicial B). Un trabajo negativo significa que el desplazamiento, globalmente, se realiza en contra de la fuerza gravitatoria. Por lo tanto, debemos realizar un trabajo externo al menos igual a $8{,}34 \cdot 10^{-11}$ J para trasladar la masa de 1,5 kg desde B hasta A.

OPCIÓN B:

1. a) Explique qué es la velocidad orbital y deduzca su expresión para un satélite que describa una órbita circular en torno a la Tierra.
b) Dos satélites A y B de distintas masas ($m_A > m_B$) describen órbitas circulares de idéntico radio alrededor de la Tierra. Razone la relación que guardan sus respectivas velocidades y sus energías potenciales.

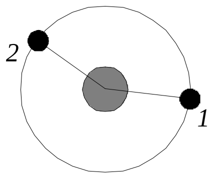
a) La velocidad orbital (v_{orb}) es la velocidad que lleva el satélite en su órbita. Es la velocidad necesaria para que el satélite mantenga una órbita circular a una distancia determinada r. Para calcularla, tendremos en cuenta que la única fuerza que actúa sobre el satélite es la gravitatoria. $F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$, donde M es la masa del planeta y m la del satélite. También, al tratarse de un movimiento circular, sólo tendrá aceleración normal.

Aplicando la segunda ley de Newton: $F_g = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{r}$

Igualando ambas expresiones: $$\frac{G \cdot M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Observamos que, a cada distancia r corresponde una velocidad determinada. Y que la velocidad orbital depende de la masa del planeta (astro central) pero no de la masa del satélite.

b) La velocidad de un objeto (satélite) que describe orbitas circulares en torno a un astro central (la Tierra en este caso) debido únicamente a la atracción gravitatoria, se denomina velocidad orbital, y se calcula con la expresión $v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$ donde M es la masa de la Tierra, r la distancia desde el centro de masas del satélite hasta el centro de la Tierra y G la constante de gravitación universal. La masa del satélite m no influye en la velocidad orbital.



Por tanto, vemos que, como ambos satélites describen órbitas de idéntico radio, ambos llevarán la misma velocidad orbital, independientemente de su masa.

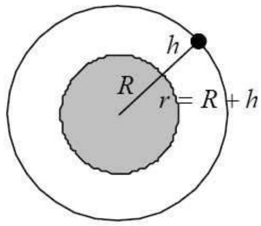
La energía potencial almacenada por el satélite debido a la acción de la fuerza gravitatoria viene dada por:

$Ep_g = -\frac{GMm}{r}$ donde m es la masa del satélite, escogiendo el nivel cero para r $\rightarrow \infty$

La energía potencial gravitatoria sí depende de la masa. La relación entre las Epg será:

$$\frac{Ep_{gA}}{Ep_{gB}} = \frac{-\frac{GMm_A}{r}}{-\frac{GMm_B}{r}} = \frac{m_A}{m_B}$$ La relación es la misma que existe entre las masas de los satélites.

3. Un satélite artificial de 400 kg describe una órbita circular a una altura h sobre la superficie terrestre. El valor de la gravedad a dicha altura es la tercera parte de su valor en la superficie de la Tierra.
a) Explique si hay que realizar trabajo para mantener el satélite en esa órbita y calcule el valor de h.
b) Determine el periodo de la órbita y la energía mecánica del satélite.
$g = 9{,}8\ m\cdot s^{-2}$; $R_T = 6{,}4\cdot 10^6\ m$



a) Un satélite es un objeto que describe órbitas en torno a un astro, y cuyo movimiento está sometido únicamente a la fuerza gravitatoria. El satélite está constantemente en caída libre, solo que su trayectoria no choca con la Tierra. Una vez puesto en órbita, y suponiendo que no existe rozamiento, no es necesario realizar ningún gasto de energía (no hay que aportar energía mediante trabajo) para mantenerla. Ya que la única fuerza que actúa, la gravitatoria, es conservativa, la energía mecánica del satélite se mantendrá constante *($\Delta E_M = W_{FNC} = 0 \rightarrow E_M = cte$)*. Si la órbita es elíptica, se producirá una transformación de energía potencial gravitatoria en cinética conforme se acerca a la Tierra, y de cinética en potencial gravitatoria conforme se aleja. Y si es circular, todas las energías del satélite se mantendrán constantes. No es necesario, por tanto, realizar ningún trabajo para mantener la órbita (como tampoco es necesario hacerlo con la Luna, por ejemplo).

En el caso que nos ocupa, el de una órbita circular, la aceleración gravitatoria (en módulo) que sufre el satélite se mantiene constante, y es igual a $g = \dfrac{GM_T}{r^2}$, donde M_T es la masa de la Tierra, G es la constante de gravitación universal, y r es el radio de la órbita, medido desde el centro de la Tierra.

(Nota: Existe un error, o al menos una imprecisión, en uno de los datos que nos proporcionan. Aparece $g = 9{,}8\ ms^{-2}$. Siendo tan conocido el dato de la gravedad superficial terrestre, se entiende que nos quieren decir el valor de g_0, o g_{Sup}, o $g(r=R_T)$, pero tal y como nos lo dicen, no significa eso. La magnitud g se usa para indicar el módulo del campo gravitatorio en cualquier punto)

Ya que nos dicen que la gravedad g en la órbita es la tercera parte que en la superficie (g_0)

$$g = \frac{g_0}{3} \quad \rightarrow \quad \frac{GM_T}{r^2} = \frac{GM_T}{3R_T^{\,2}} \quad \rightarrow \quad r = \sqrt{3}\cdot R_T = 1{,}1085\cdot 10^7\ m$$

Y la altura h sobre la superficie será $h = r - R_T = 4{,}985\cdot 10^6\ m$

b) El periodo de revolución del satélite podemos calcularlo aplicando la tercera ley de Kepler al movimiento del mismo. *"La relación entre el cuadrado del periodo de revolución y el cubo del radio medio de la órbita, es una constante para todo satélite que describa órbitas en torno a un astro central."*

La constante depende de la masa del astro central (La Tierra en este caso) como demostró Newton. $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM_T} \rightarrow T = \sqrt{\dfrac{4\pi^2 r^3}{GM_T}}$

La masa de la Tierra la calculamos a partir del dato de la gravedad superficial y del radio terrestre. $g_0 = \dfrac{GM_T}{R_T^{\,2}} \rightarrow M_T = \dfrac{g_0\cdot R_T^{\,2}}{G} = 6{,}018\cdot 10^{24}\ kg$

Sustituyendo $T = \sqrt{\dfrac{4\pi^2 r^3}{GM_T}} = 11574{,}29\ s \approx 3{,}22\ h$

La energía mecánica del satélite es igual a la suma de sus energías cinética y potencial gravitatoria

$$E_M = Ec + Ep_g = \frac{1}{2}m\cdot v_{orb}^{\ 2} - \frac{GM_T m}{r}$$ como la velocidad orbital es $v_{orb} = \sqrt{\dfrac{GM_T}{r}}$

$$E_M = Ec + Ep_g = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{GM_T}{r}}\right)^2 - \frac{GM_T m}{r} = \frac{1}{2}\frac{GM_T m}{r} - \frac{GM_T m}{r} = -\frac{GM_T m}{2r}$$

Sustituyendo, obtenemos $E_M = -1{,}448\cdot 10^{10}\ J$

3. Suponga que la masa de la Tierra se duplicara.

a) Calcule razonadamente el nuevo periodo orbital de la Luna suponiendo que su radio orbital permaneciera constante.

b) Si, además de duplicarse la masa terrestre, se duplicara su radio, ¿Cuál sería el valor de g en la superficie terrestre?

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻² ; $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg ; $R_T = 6370$ km ; $R_{orbital\ Luna} = 1,74 \cdot 10^6$ m ***(Este último dato está mal: el radio orbital de la Luna es de aproximadamente 384400 km = $3,844 \cdot 10^8$ m. Han puesto el radio de la Luna, no el de su órbita. Si se sustituyera ese valor, los resultados del apartado a) serían completamente absurdos. Sin embargo, esto no afecta al apartado b))***

a) La relación entre el periodo orbital y el radio de la órbita de un satélite que describe órbitas en torno a un astro central viene dada por la tercera Ley de Kepler: $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$

donde T es el periodo orbital del satélite, r es el radio de la órbita, y M la masa del cuerpo central (en este caso la Tierra). Suponemos en esta cuestión que la masa de la Tierra es $M = 2 \cdot 6 \cdot 10^{24}\ kg = 1,2 \cdot 10^{25}\ kg$

Despejando el periodo orbital: $T^2 = r^3 \cdot \frac{4\pi^2}{G \cdot M} = 1,67 \cdot 10^6\ s \approx 465\, h \approx 19,4\, días$

El periodo de revolución disminuiría (en la realidad es de unos 28 días)

b) La gravedad superficial es el valor del campo gravitatorio creado por el planeta en su superficie. Admitiendo que la Tierra es una esfera, el campo gravitatorio que crea en su superficie viene dado por $g_0 = \frac{G \cdot M}{R^2}$, donde M y R son la masa y el radio del planeta, respectivamente. Al duplicar ambas magnitudes, la gravedad superficial será

$g_0' = \frac{G \cdot 2M}{(2R)^2} = \frac{2G \cdot M}{4 \cdot R^2} = \frac{g_0}{2}$ La gravedad superficial se reduciría a la mitad del valor actual.

Suponiendo un valor aproximado de $g_{0T} = 9,8$ m/s², la nueva gravedad superficial sería de 4,9 m/s².

3. a) Razone cuáles son la masa y el peso en la Luna de una persona de 70 kg.
b) Calcule la altura que recorre en 3 s una partícula que se abandona, sin velocidad inicial, en un punto próximo a la superficie de la Luna y explique las variaciones de energía cinética, potencial y mecánica en ese desplazamiento.
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; $M_L = 7{,}2 \cdot 10^{22}$ kg ; $R_L = 1{,}7 \cdot 10^6$ m

Nos encontramos ante un problema de interacción gravitatoria.

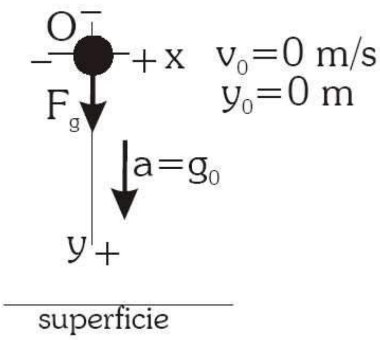
a) El concepto de masa corresponde a la cantidad de materia que posee el cuerpo. De hecho, es el dato que nos dan (70 kg), y esto es independiente (al menos en física clásica) del planeta en el que nos encontremos.
El peso de un objeto se define como la fuerza gravitatoria que sufre ese objeto por parte del planeta. Esta magnitud sí será diferente en la Tierra o en la Luna. El peso en la superficie de un planeta podemos calcularlo con la expresión, en módulo $F_g = m \cdot g_0$, donde g_0 es el valor de la gravedad superficial del planeta $g_0 = \frac{GM}{R^2}$, siendo M y R los valores de masa y radio del planeta respectivamente.

Así, la gravedad superficial en la Luna será $g_0 = \frac{GM}{R^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,Nm^2kg^{-2} \cdot 7{,}2 \cdot 10^{22}\,kg}{(1{,}7 \cdot 10^6\,m)^2} = 1{,}662\,\frac{N}{kg}$

El peso de la persona en la Luna será $F_g = m \cdot g_0 = 70kg \cdot 1{,}662\,\frac{N}{kg} = 116{,}34\,N$

Resultados: Masa: 70 kg *Peso: 116,34 N*

b) En un punto próximo a la superficie lunar (a una altura sobre la superficie mucho menor que el radio lunar), podemos considerar que la gravedad se mantiene constante durante el recorrido, con lo que la partícula describirá un movimiento uniformemente acelerado, rectilíneo en este caso, al partir con velocidad inicial nula.
Podremos aplicar entonces las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado.
$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2}\vec{a} \cdot t^2$ Sólo se desplaza en el eje vertical
$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$



Escogemos el sistema de referencia y el criterio de signos que indica el dibujo.
Datos: $y_0 = 0\,m$ $v_0 = 0\,m/s$ $a = g_0 = 1{,}662\,m \cdot s^{-2}$.
Sustituyendo, la distancia vertical (altura) recorrida en t = 3 segundos será de $y = \frac{1}{2} 1{,}662 \cdot 3^2 = 7{,}479m \approx 7{,}5m$
Podemos comprobar que la aproximación realizada (altura mucho menor que el radio lunar) es correcta.

Variaciones de energía en el desplazamiento:

Debido a la atracción gravitatoria (fuerza conservativa), la partícula posee asociada una energía potencial gravitatoria. Considerando constante la fuerza gravitatoria, podemos usar la expresión $Ep_g = m \cdot g_0 \cdot h$, con origen establecido en la superficie terrestre. Esta energía disminuye al caer la partícula (disminuye h), La variación de energía potencial se corresponde con el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria (con signo puesto).

Debido a su movimiento respecto al sistema de referencia, posee energía cinética $Ec = \frac{1}{2} m \cdot v^2$. Al acelerar, la energía cinética aumenta.

La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial ($E_M = Ec + Ep_g$). La energía mecánica de la partícula se mantiene constante durante el desplazamiento, ya que la única fuerza que actúa sobre el sistema es conservativa.

En consecuencia, se produce una transformación de energía potencial gravitatoria en energía cinética. $\Delta Ec = -\Delta Ep_g$

OPCIÓN B:

1. a) Explique las características del campo gravitatorio terrestre.
b) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m, situado a una altura h sobre la superficie de la Tierra, se puede calcular con la fórmula E_p = mgh. Explique el significado y los límites de validez de dicha expresión. ¿Se puede calcular la energía potencial gravitatoria de un satélite utilizando la fórmula anterior? Razone la respuesta.

a) Esta pregunta puede ser bastante larga, ya que corresponde a un apartado entero del tema de gravitación. En este texto nos limitaremos a enumerar los puntos que se podrían desarrollar, ya que no está claro qué preguntan concretamente.

- Características generales de la interacción gravitatoria, que evidentemente se cumplen para la Tierra, considerada como una esfera de masa $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg: atractiva, conservativa, central, líneas de campo y superficies equipotenciales, ley de gravitación de Newton…
- Caso de la Tierra como esfera maciza que genera un campo gravitatorio en el exterior, donde podemos seguir empleando las expresiones válidas para masas puntuales.
- Magnitudes vectoriales (fuerza, gravedad) y escalares (potencial, energía potencial). Definición y expresiones para el exterior de la Tierra. Variación de la gravedad con la altura. Gravedad superficial. ¿Variación de la gravedad con la latitud, al no ser la Tierra una esfera perfecta?
- Aproximación de gravedad constante para una altura muy inferior al radio terrestre. La fórmula Epg = mgh frente a la fórmula general. Rango de validez.
- Velocidad de escape de la Tierra.
- Campo en el interior de la Tierra. Aplicación del teorema de Gauss. (no creo que sea necesario esto)

b) Considerando la Tierra como una esfera maciza, son válidas para su exterior las expresiones obtenidas para el caso de masas puntuales. Así, la energía potencial gravitatoria se calcula como

$$Ep_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$ escogiendo el nivel cero de energía potencial para $r \to \infty$

donde M es la masa de la Tierra, m la del cuerpo, y r la distancia al centro de la Tierra. r = R + h.

La fórmula $Ep_g = mgh$, es una aproximación de la fórmula anterior, válida (dentro del margen de error de toda aproximación) cuando la altura durante todo el movimiento que estamos estudiando puede considerarse muy pequeña en comparación con el radio del planeta, es decir, que podamos considerar que la gravedad se mantiene constante. En esta expresión, el nivel cero de energía potencial es diferente del de la fórmula general, ya que se escoge en la superficie terrestre, para h = 0 m.

Como podemos ver, la altura a la que está un satélite artificial (más de 400 km, y hasta 36000 km los geoestacionarios) no puede considerarse muy pequeña en comparación con el radio terrestre, por lo que en estos casos siempre habrá que usar la expresión $Ep_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

(No creo que la demostración que viene a continuación sea necesaria)

Podemos comprobar que, si en el cálculo de la Ep, en lugar de poner el origen en el infinito, lo colocamos en la superficie, y hacemos una aproximación, obtendremos la segunda expresión.

Habíamos obtenido $$\Delta Ep_g = -W_{Fg} \to Ep_{gB} - Ep_{gA} = -\int_A^B \vec{F}_g \cdot \vec{dr} = ... = \frac{-G \cdot M \cdot m}{r_B} + \frac{G \cdot M \cdot m}{r_A}$$

Escogiendo el nivel cero en la superficie
(r_A = R ; Ep_A = 0)
$$Ep_g = -GMm\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right] = ... = GMm\frac{h}{R \cdot (R+h)}$$

Realizamos la aproximación
h << R ; R+h ~ R
$$Ep_g \sim \frac{G \cdot M \cdot m \cdot h}{R^2} = m \cdot \frac{G \cdot M}{R^2} \cdot h = m \cdot g_0 \cdot h$$

OPCION A

1. a) Explique las características del campo gravitatorio de una masa puntual.
b) Dos partículas de masas m y 2m están separadas una cierta distancia. Explique qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas.

a) *Esta cuestión teórica (como suele ser costumbre últimamente en la ponencia de selectividad) es muy general y un tanto ambigua. Puede referirse a la magnitud campo gravitatorio ("gravedad", o "intensidad del campo gravitatorio" o "aceleración de la gravedad")* $\vec{g}$ *creado por una masa puntual, pero también puede entenderse como el concepto genérico de "campo gravitatorio", es decir, un epígrafe completo de la asignatura, en el que habría que hablar no sólo de la gravedad, sino de potencial gravitatorio, energía potencial gravitatoria, superficies equipotenciales, fuerza gravitatoria, relación campo-potencial... entendemos que esto último sería excesivamente largo para un apartado de una pregunta, que cuenta sólo 1,25 puntos. Nos centraremos sólo en el vector* $\vec{g}$ *.*

Dada una partícula de masa M, ésta "crea" una nueva propiedad en el espacio (una "deformación" de la geometría tetradimensional del espaciotiempo, según descubrió Einstein) a la que llamamos "gravedad" o "campo gravitatorio", y simbolizado por el vector $\vec{g}$. Al colocar una masa m a cierta distancia de M, surgirá una interacción entre ellas, que cumple con las leyes de Newton (ley de gravitación y principio de acción-reacción).
El campo gravitatorio creado por M tiene estas características:

- Es un campo vectorial.
- Es un campo central.
- Es un campo conservativo.
- Es directamente proporcional a la masa M que crea el campo.
- Disminuye con el cuadrado de la distancia a M.
- Indica la fuerza gravitatoria ejercida por unidad de masa sobre cualquier partícula m colocada a cierta distancia de M. Sus unidades en el Sistema Internacional: N kg^{-1} = m s^{-2}

$$\vec{g} = -G \cdot \frac{M}{r^2}\vec{u}_r$$

$$módulo \quad g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

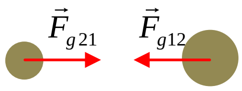
La constante G (cte de gravitación universal) $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

b) Entre ambas partículas, separadas una distancia r, surge una interacción gravitatoria mutua, que viene dada por la ley de gravitación universal de Newton

$$\vec{F}_g = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}\vec{u}_r \qquad \text{en módulo} \qquad F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

En este caso $m_1 = m$, $m_2 = 2m$ Así $F_{g12} = F_{g21} = G \cdot \dfrac{m \cdot 2m}{r^2} = \dfrac{2Gm^2}{r^2}$

Ambas partículas sufren fuerzas de la misma intensidad, de igual dirección pero de signo contrario, como se indica en el esquema.



La aceleración que sufre cada partícula viene dada por la 2ª ley de Newton.

$$a_1 = \frac{F_{g21}}{m_1} = \frac{2Gm^2}{r^2 \cdot m} = \frac{2Gm}{r^2} \qquad a_1 = \frac{F_{g12}}{m_2} = \frac{2Gm^2}{r^2 \cdot 2m} = \frac{Gm}{r^2}$$

Las direcciones y sentidos vienen indicadas en el dibujo. Como vemos, la partícula 1, al tener la mitad de masa, sufre una aceleración doble que la partícula 2.